

1915.

No. 19.

30.5
A5-93
P6
PERIODICAL ROOM
RECEIVED
DEC 2 1915
UNIVERSITY OF
LIBRARY
ANNALEN
DER
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREY, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. U. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

Band 48. Heft 3.

DER GANZEN REIHE 353. BANDES 3. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.

MIT DREI TAFELN.



LEIPZIG, 1915.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

DÖRRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 24 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 54 M.

(Ausgegeben am 29. Oktober 1915.)

Inhalt.

	Seite
1. S. Garten. Ein Schallschreiber mit sehr kleiner Seifenmembran (Hierzu Tafel VI--VIII)	273
2. Franz Tank. Über den Zusammenhang der dielektrischen Effektverluste von Kondensatoren mit den Anomalien der La- dung und der Leitung	307
3. P. Ehrenfest. Zur Kapillaritätstheorie der Kristallgestalt . .	360
4. P. Ehrenfest. Über die kinetische Interpretation des osmo- tischen Druckes.	369
5. Joseph Kramsztyk. Über die räumliche Verteilung der Licht- emission im elektrischen Bogen und Funken	375
6. E. Warburg u. C. Müller. Über die Konstante c des Wien- Planckschen Strahlungsgesetzes	410

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr **Geh. Hofrat Prof. W. Wien** übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **Würzburg, Pleicherring 8.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

e
3
7
0
9
5
0

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 48.

1. *Ein Schallschreiber mit sehr kleiner Seifenmembran; von S. Garten.*

(Aus dem Physiologischen Institut zu Gießen.)

(Hierzu Tafel VI—VIII.)

Die Aufgabe, die Schallschwingungen einwandfrei zu verzeichnen, ist trotz aller darauf gerichteten Versuche von Physikern und Physiologen bekanntlich bisher noch nicht vollständig gelöst worden. Als theoretisch einwandfrei kann allein die Methode von Raps¹⁾ gelten, der nach dem Verfahren von Boltzmann die Strahlen einer Lichtquelle zur Hälfte durch ruhende, zur Hälfte durch schwingende Luft leitet und sie darnach zur Interferenz bringt. Die Dichtigkeitsänderung der schwingenden Luft bedingt hier den Gangunterschied der beiden Lichtstrahlen. Das dem Prinzip nach ideale Verfahren leidet nur noch unter dem Übelstand, daß die Empfindlichkeit, wie er selbst bemerkt, nicht ausreicht, so daß feinere Einzelheiten der Schallkurven damit noch nicht genügend deutlich wiedergegeben werden können.

Bei fast allen anderen Apparaten, die zur Schallregistrierung verwendet wurden, wirken die Schallschwingungen auf Membranen ein, aus deren Bewegungen, bzw. aus den Bewegungen der mit ihnen verbundenen Teile des Registrierapparates, die wirklichen Schwingungen der Luft entnommen werden sollen. Als *membranlos* wäre höchstens die Einrichtung zu bezeichnen, die Marbe²⁾ beim direkten Ansprechen der rußenden Flamme anwandte, wobei die auf der bewegten Schreibfläche entstehenden Rußringe, ebenso wie bei seiner „Flammenmethode mit Membran“, die Zahl der Schwingungen, zum Teil auch

1) Raps, Über Luftschwingungen, Ann. d. Phys. N. F. 50. p. 193. 1893.

2) K. Marbe, Über die Verwendung rußender Flammen in der Psychologie und deren Grenzgebieten. Zeitschr. f. Psychol. 49. p. 206. 1908.

der Partialschwingungen, anzeigen. Feinere Einzelheiten, wie bei einer vollständigen Schallkurve, sind bei diesem Verfahren natürlich auch nicht zu erhalten.

Die Zahl der Membranapparate ist bekanntlich beträchtlich, was gerade als Hinweis dafür dienen kann, daß die Forderung einer *getreuen* Verzeichnung der Schallschwingungen nur schwer zu verwirklichen ist. Von zwei Seiten wurde die Ursache hierfür übersichtlich dargestellt. O. Frank¹⁾, der in seiner Kritik der elastischen Manometer eine Grundlage für die Beurteilung der Leistungen der physiologischen Registrierinstrumente schuf, hatte schon damals darauf hingewiesen, daß für die Beurteilung der Leistung aller Registrierinstrumente die *Höhe der Schwingungszahl des Systems von der größten Bedeutung* ist. Doch ist damit die Eigenschaft des Systems nicht erschöpft: Dämpfung und Empfindlichkeit sind ebenfalls zu berücksichtigen. So führte O. Frank den Begriff der „Güte“ eines Registriersystems ein und verstand darunter das Produkt aus dem Quadrat der Schwingungszahl des Systems multipliziert mit der Empfindlichkeit. Als wesentlichstes Resultat der Frankschen Darlegungen, die er später²⁾ noch besonders auf die Membran als Registriersystem anwendet, sei der Satz hervorgehoben: „daß eine korrekte Analyse der Schallphänomene in physikalischer Hinsicht nur möglich ist, wenn die Schwingungszahl des registrierenden Systems die zu registrierende wesentlich übertrifft“. Dasselbe Ergebnis hatte Goldhammer³⁾ an schwingenden Platten erhalten. Auf Grund seiner theoretischen Ableitung fordert er, um beispielsweise wenigstens die Stimme eines Alts oder Tenors bis auf den 5. Partialton *unverzerrt* aufschreiben zu können, eine Schwingungszahl der Membran von 4000, für einen Sopran eine solche von 5756. Für einige zur Schallschreibung von anderen Forschern früher verwendete Membranen sucht Goldhammer die Schwingungszahl zu ermitteln und findet bei den Samojloffschen⁴⁾ Korkpulver-

1) O. Frank, Kritik der elastischen Manometer. Zeitschr. f. Biol. 44. p. 584. 1903.

2) O. Frank, Die Membran als Registriersystem. Zeitschr. f. Biol. 60. p. 358. 1913.

3) A. Goldhammer, Über die Klanganalyse mittels schwingender Platten. Ann. d. Phys. 4. Folge. 33. p. 192. 1910.

4) A. Samojloff, Zur Vokalfrage. Pflügers Arch. 78. p. 1. 1899.

Suberitplatten Schwingungszahlen von beispielsweise 768—960 bzw. 1071. Bei einer Hermannschen Glasmembran, mit direkter optischer Registrierung der Schwingungen, berechnet er aus den Dimensionen 1063 Schwingungen.

Auch Wien¹⁾ hatte bei einer, der Schallregistrierung verwandten Aufgabe, seinen Bestimmungen der Empfindlichkeit des menschlichen Ohres für Töne verschiedener Höhe in bezug auf die Brauchbarkeit der Telephonplatten darauf hingewiesen (p. 15), daß „die Platten nur insoweit richtige Ergebnisse für die Tonempfindlichkeit geben, als Schwingungen mit ihnen untersucht werden, die tiefer sind als ihr erster Eigenton“. Er stellte für verschiedene Platten gebräuchlicher Telephone die Eigenschwingungszahl fest und fand für sie Schwingungszahlen von 1100, 1060 und 750. Diese Schwingungszahlen waren für viele seiner quantitativen Bestimmungen zu niedrig, so daß er sich Telephone anfertigen lassen mußte, deren Membranen bis zu 20000 Eigenschwingungen hatten.

Es würde hier zu weit führen, sämtliche in älterer Zeit ausgeführten Konstruktionen der Schallschreiber zu besprechen. Bei den meisten von ihnen ist ohne weiteres zu übersehen, daß die Schwingungszahl den oben gestellten Anforderungen bei weitem nicht gerecht wird.²⁾ Eine Zusammenstellung derselben, auch der älteren Konstruktionen, findet sich bei Poirot³⁾; auch ist in meiner ersten Mitteilung über den Schallschreiber⁴⁾ eine Übersicht über die wichtigsten Arbeiten gegeben.

Was die Versuche anlangt, die Seifenlamelle zur Aufzeich-

1) M. Wien, Über die Empfindlichkeit des menschlichen Ohres für Töne verschiedener Höhe. Pflügers Arch. f. Physiol. **97**, p. 13. 1903.

2) So macht beispielsweise Hensen (Zeitschr. f. Biol. **23**, p. 299. 1887) über seinen Schallschreiber die Angabe: „die Abstimmung der Membran ergab sich unter diesen Verhältnissen zu 650“.

3) Poirot, Phonetik in Tigerstedts Handb. der physiolog. Methodik. **3**. 2. H. p. 83. 1912.

4) S. Garten, Über die Verwendung der Seifenmembran zur Schallregistrierung. Zeitschr. f. Biol. **56**, p. 41. 1911. In dem dortigen Literaturverzeichnis wäre noch zu ergänzen: Struycken, Optische Beobachtung und photographische Aufnahmen von akustischen Schwingungen. I. Intern. Laryngologenkongreß, Wien 1909. Mit zwei sehr leichten Membranen, die bei ihrer Schwingung die Drehung eines sehr kleinen, zwischen ihnen sinnreich angebrachten Spiegels bewirken, konnte er sogar Schwingungen

nung der Schallschwingungen zu benutzen, so ging man wohl von der Vorstellung aus, daß die äußerst geringe Masse und große Dehnbarkeit der Seifenlamelle eine besonders große Empfindlichkeit gewährleisten würde.

In weiteren Kreisen bekannt geworden ist namentlich der Apparat von Weiss¹⁾. Dieser Forscher verzeichnete die Schwingungen der Seifenmembran dadurch, daß er ein winziges winklig gebogenes Glashebelchen in der Mitte der Membran anlegte (10 μ dicken Glasfaden) und die Bewegung des Hebelarmes durch das Mikroskop photographisch registrierte. Gelang es auch damit, sehr rasche Schwingungen aufzuzeichnen, so war doch die Schwingungszahl des Systems, worauf O. Frank²⁾ hingewiesen hat, viel zu niedrig, um eine einigermaßen korrekte Wiedergabe der bei der Sprache vorkommenden Schallschwingungen zu gewährleisten. O. Weiss³⁾ selbst hat später nach einem von mir zuerst angewandten Verfahren (vgl. unten, p. 284) die Eigenschwingungen des Schallsehreibers bestimmt und gefunden, daß sie 125 bei einer Membran von 1 cm Durchmesser betragen. Außerdem sind noch von May und Lindemann⁴⁾ und von

der Galtonpfeife von 20000–30000 Perioden registrieren. Eine kritische Prüfung des Apparates im Sinne O. Franks ist meines Wissens bisher noch nicht veröffentlicht worden.

1) O. Weiss, Zur Demonstration einer Vorrichtung für Schallanalysen. *Schrift. d. physik.-ökon. Ges. z. Königsberg*. 48. Jahrg. p. 246. 25. April 1907. — Ders., *Mediz.-naturwiss. Arch.* 1. p. 437. — Ders., Registrierung der menschlichen Herztöne durch Seifenhäutchen. *Arch. f. d. ges. Physiol.* 9. p. 463. 1907. — Ders., Das Phonoskop. *Zeitschr. f. Biolog. Methodik* 1. 1908. — Weiss-Joachim, Registrierung und Reproduktion menschlicher Herztöne und Geräusche. *Pflügers Arch.* 123. 1908. — O. Weiss, Die photographische Registrierung der geflüsterten Vokale und der Konsonanten S und Sch. *Physiol. Zentralbl.* 21. p. 619. 1907. — Ders., Über einige Einwände gegen die Verwendung von Flüssigkeitslamellen zur Schallregistrierung. *Pflügers Arch.* 127. H. 1–3. p. 74. 1909. — Ders., Phonokardiogramme. Fischer, Jena 1909.

2) O. Frank, Der Hebel des O. Weiss'schen Phonoskopes, *Zeitschr. f. Biol.* 55. 1911.

3) O. Weiss, Die Kurve der geflüsterten und leise gesungenen Vokale. *Pflügers Arch.* 142. p. 520. 1911.

4) May u. Lindemann, Graphische Darstellung des Perkussionschalles. *Münch. med. Wochenschr.* 1906. Nr. 17. — Dies., Graphische Studien über den tympanitischen und den nicht tympanitischen Perkussionsschall. *Deutsch. Arch. f. Klin. Med.* 99. 1908.

Gerhartz¹⁾ Versuche gemacht worden, die Schwingungen der Seifenlamelle direkt zu registrieren. Erstere benutzten die Spiegelung der Fläche einer Seifenlamelle; letzterer brachte einen leichten, durch einen Faden gehaltenen Spiegel auf die Membran, der bei Schwingung der Lamelle Richtungsänderung des von ihm reflektierten Lichtstrahles gab.

Beschreibung des Apparates.

Bei der Konstruktion meines Schallschreibers²⁾ ging ich von der Idee aus, die Bewegungen der Seifenlamelle selbst, und zwar die Bewegung eines zentral gelegenen Punktes derselben, direkt optisch zu verzeichnen. Da ein beliebiges, undurchsichtiges Staubteilchen, auf die Blasenmitte gebracht, durch Strömungsvorgänge u. dgl. seine Lage fast augenblicklich ändert, also nicht als optische Marke dienen kann, versuchte ich, ein feinstes Eisenstäubchen auf die Blasenmitte fallen zu lassen und dort durch die Pole eines Hufeisenmagneten, der unterhalb der Blasenmitte aufgestellt ist, festzuhalten. Es bleibt dann das Teilchen, solange die Seifenmembran in Ruhe ist, unverrückt in der Mitte liegen, und bei Schwingung der Membran wird es, da hier Kohäsionskräfte, also Kräfte ganz anderer Ordnung, in Betracht kommen, zwangsmäßig mitgeführt. Nach diesem Prinzip hatte ich, wie oben erwähnt, bereits 1911 einen Schallschreiber konstruiert, der seitdem noch wesentliche Verbesserungen erfahren hat, so daß er jetzt vielleicht auch dem Physiker, wenigstens für manche Aufgaben der Schallregistrierung, von Nutzen sein kann.

Früher verwendete ich zur Registrierung eine kleine, runde, ebene Seifenmembran von 2,5 mm Durchmesser, in deren Mitte das Eisenstäubchen, wie beschrieben, magnetisch festgehalten war. Das Diaphragma, das die Membran trug, lag an Stelle des Objektisches mit seinem Zentrum in der optischen Achse eines horizontal gelegten Mikroskopes. Um die Schwingung des Teilchens mit dem Mikroskop erfolgreich beobachten

1) H. Gerhartz, Registrierung von Bewegungsvorgängen mit feuchter Membran. Pflügers Arch. 124. 1908. — Ders., Die Aufzeichnung von Schallerscheinungen, insbesondere die des Herzschalles. Zeitschr. f. experim. Pathol. u. Ther. 5. 1908/09. (Hier Beschreibung des Apparates mit Glimmermembran und Spiegelübertragung.)

2) Ein Teil der folgenden Darlegungen ist bereits in meiner ersten Mitteilung. Zeitschr. f. Biol. 56. p. 41. 1911 enthalten.

zu können, war aber die Membranebene nicht senkrecht zur optischen Achse gestellt, sondern bildete mit dieser, bzw. auch mit der Ebene des Objektisches, einen Winkel von 45° . Bei Schwingungen der Membran führte demnach das Teilchen Bewegungen in einer Ebene aus, die nicht wie die eines mikroskopischen Präparates senkrecht zur optischen Achse stand, sondern ebenfalls einen Winkel von 45° mit ihr bildete. Trotz dieser Bewegungsrichtung konnte, da es sich um relativ kleine Exkursionen handelte, die Verschiebung des Teilchens mit dem Mikroskop gut erkannt und seine Bahn bei etwa 200facher Vergrößerung auch deutlich in Kurvenform abgebildet werden.

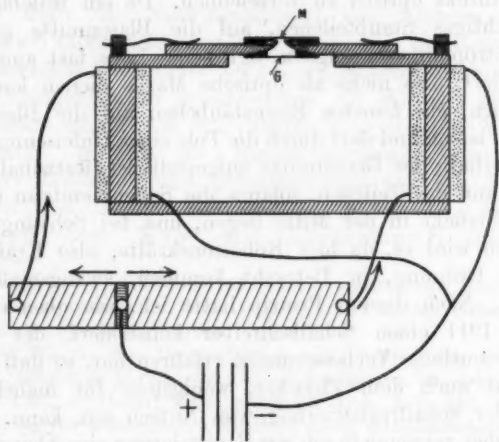


Fig. 1.

Wie die schematische Fig. 1 zeigt, befindet sich hinter der Membran *M* ein sehr kleiner Hohlraum, der auf der Rückseite durch eine Glasplatte *G* abgeschlossen ist, durch welche hindurch die Membran intensiv beleuchtet werden konnte. In der Kammer sieht man die in Spitzen auslaufenden Polschuhe eines Elektromagneten, die sorgfältig zur richtigen Fixierung des Teilchens in der Membranmitte eingestellt sein müssen. Der Hohlraum ist, was auf der Figur hier nicht eingezeichnet wurde, durch eine sehr enge Öffnung, deren Weite den Grad der Dämpfung der Membran bedingt, mit einem kurzen weiten Schlauch und einem kleinen Glastrichter verbunden, von dem aus der Schall der Kammer zugeleitet wird.

Die Durchmesser der Membran konnten bei dieser ersten Konstruktion bis auf 2,0 mm herabgesetzt werden, und es ergab sich für eine solche eine Schwingungszahl von 1141 (nach Resonanz bestimmt). Diese Membran war aber bereits so wenig empfindlich, daß meist eine etwas größere, von 2,5 mm Durchmesser, Verwendung fand. Ihre Schwingungszahl betrug etwa 860, und es gelang mit ihr, wie die damals reproduzierten Photographien zeigen, einfache physikalische Klänge sowie die Vokale etwa in derselben Weise zu reproduzieren, wie es Hermann¹⁾ mit seiner direkten Methode und mit seiner indirekten Methode (Reproduktion der auf dem Phonographen erzeugten Eindrücke mittels Lichtehebels) erreicht hatte. Auch noch Töne höherer Schwingungszahl, wie die einer Galtonpfeife mit 5162 Schwingungen, konnten, wenn auch mit kleiner Amplitude, verzeichnet werden.

War auch bei meiner früheren Konstruktion im äußersten Falle der Eigenton der kleinen runden Membran ziemlich hoch (bei 2 mm Durchmesser bei 1141), so lag er doch gegenüber den Perioden vieler Sprachlaute noch viel zu tief, um die Amplituden der höheren Töne auch nur einigermaßen quantitativ richtig wiederzugeben. Es geht das aus den Anseinandersetzungen von Frank und den anschaulichen Darstellungen, die Brömser²⁾ von den Veränderungen der Schwingungen bei Übertragung auf ein langsam schwingendes System gegeben hat, ohne weiteres hervor. Auch war die Empfindlichkeit meiner kleinsten runden Membran sehr gering.

Wollte man sich nicht nach einem neuerlichen Vorschlag von Hermann³⁾ darauf beschränken, die Registrierung mit einer Membran von tiefem Eigenton vorzunehmen, um dann

1) L. Hermann, Phonograph. Untersuchungen I. Pflügers Arch. 45. 1889; II. Pflügers Arch. 47. p. 44. 1890; III. Pflügers Arch. 47. p. 349. 1890 u. 53. p. 1. 1893. — L. Hermann u. Matthias, Phonograph. Mitteilungen: V. Die Kurven der Konsonanten, VI. Nachtrag zu den Vokalkurven. Pflügers Arch. 58. p. 255. 1894. — L. Hermann, Fortgesetzte Untersuchungen über die Konsonanten. Pflügers Arch. 58. p. 1. 1901. — Ders., Über die Zerlegung von Kurven in harmonische Partialschwingungen. Pflügers Arch. 83. p. 83. 1901.

2) Ph. Brömser, Theorie der registrierenden Apparate, Zeitschr. f. Biol. 56. p. 398. 1911.

3) L. Hermann, Die theoretischen Grundlagen für die Registrierung akustischer Schwingungen. Pflügers Arch. 150. p. 92. 1913.

eine entsprechende Korrektur auszuführen, so war es nötig, ohne die Empfindlichkeit zu sehr zu beeinträchtigen, mit dem Eigenton noch weiter heraufzugehen. Ist es mir auch bisher noch nicht gelungen, mit dem Eigenton der Membran die von Hermann für die Analyse der Vokalaufnahmen geforderte obere Grenze, d. h. das Ende der fünfgestrichenen Oktave zu erreichen, so bin ich doch wenigstens nahezu bis zum Anfang der viergestrichenen Oktave gekommen, ohne die Empfindlichkeit zu stark herabzusetzen.

Bei der Konstruktion der neuen Membran ging ich von der auf den Schallschreiber allerdings nicht streng übertragbaren Vorstellung Ficks¹⁾ über den Mechanismus des Trommelfells aus, das ja für eine große Tonreihe nahezu gleich gut anzusprechen scheint. Wie dieser Forscher ausführt, ist jene Erscheinung am Trommelfell dadurch zu erklären, daß zu dem eingewebten starren Radius, dem Hammerstiel, Streifen von sehr verschiedener Länge ziehen, denen je nach Länge und Spannung sehr verschiedene Eigentöne zukommen würden.

Da bei der Seifenmembran das Eisenteilchen ohne Verschiebung senkrecht zur Membranebene schwingen muß, habe ich mir eine bilateral symmetrische Membran von einer ganz bestimmten Form hergestellt, so daß sie sehr verschieden lange Sehnen besitzt. Infolge ihrer Symmetrie wird ein in ihrer Mitte magnetisch fixiertes Eisenteilchen auch bei stärkeren Exkursionen der Membran in der Mitte derselben verbleiben müssen. Wie die beistehende Fig. 2 des Diaphragmas bei zehnfacher Vergrößerung zeigt, betragen die beiden längeren Durchmesser 2,5 bzw.



Fig. 2.

3 mm, die aller kürzesten schrägen Durchmesser aber nur 1 mm. Außerdem wurde für besondere Zwecke, z. B. Registrierung sehr schwacher und tiefer Töne, der Herzgeräusche usw., noch ein Diaphragma von doppelter Länge aller Durchmesser, d. h. also 6 mm, 5 mm und 2 mm hergestellt.

Die Fig. 3 und 4 stellen die Kammer, welche das beschriebene Diaphragma trägt, bei 1,23facher bzw. 1,16facher Vergrößerung dar. In Fig. 3 ist auf der Vorderfläche die den Aus-

1) A. Fick, Gesammelte Abhandl. 3. p. 5.

schnitt tragende Platte aufgeschraubt, unter der sich ein ganz kleiner Hohlraum¹⁾ befindet, in dem die genau eingestellten

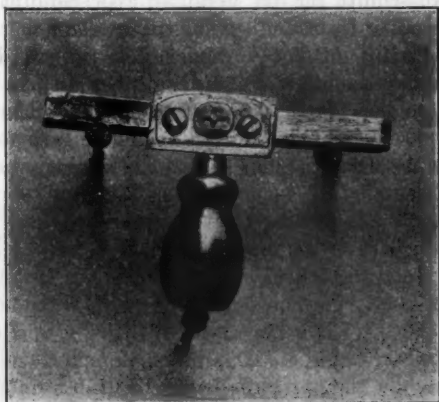


Fig. 3.

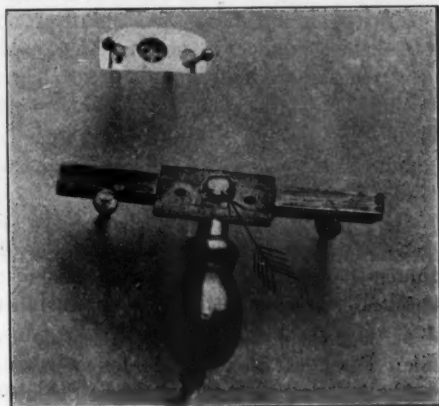


Fig. 4.

1) Der Hohlraum, dessen Kleinheit die gute Dämpfung bedingt, hat in der Richtung der optischen Achse, d. h. Deckgläschen-Diaphragma, eine Tiefe von 2,9 mm, eine Breite von 1,7 mm und eine Höhe von 3,2 mm. Nur direkt unter dem Diaphragma befindet sich ein etwas größerer Luftzylinder von 3,5 mm Durchmesser und 1 mm Höhe. Die Dimensionen des letzteren sind bei den obigen Angaben über die Kammertiefe mitberücksichtigt worden.

Polschuhe endigen. Diese treten namentlich in Fig. 4 als kleine Spitzen deutlich hervor. In dieser Figur ist die Platte mit dem Ausschnitt für die Membran abgeschraubt und oberhalb der Kammer für sich abgebildet. Mittels zweier Schrauben kann die Platte auf der Kammer befestigt werden. Dabei sind die entsprechenden Schraubenlöcher in der den Ausschnitt tragenden Platte etwas weiter als die Schrauben. Es ist dadurch ermöglicht, im Notfall noch eine geringe Korrektur in der Lage des Diaphragmas zu den Polschuhen vorzunehmen, um das Eisenteilchen genau in das Zentrum der Membran zu bringen. Nach unten öffnet sich die Kammer durch das hier nicht sichtbare Diaphragma in einen weiten Rohransatz zur Verbindung mit dem schallzuleitenden Gummischlauch. Durch Einsetzen verschieden großer Diaphragmen in den Kammerboden — ich verwende eine Öffnung von ca. 0,2 mm Durchmesser — kann die Dämpfung entsprechend verändert werden. An die für das einfallende Licht bestimmte Öffnung der Rückseite der Kammer wird nach Bestreichen der Hinterfläche der Kammerwand mit Vaseline ein Deckgläschen angelegt und dadurch ein luftdichter Abschluß erreicht. Es ist ratsam, das Deckgläschen nicht fest aufzukitten, da die Kammer häufig von Resten der Seifenlösung und von Eisenstäubchen gereinigt werden muß, was sich bei einem festen Abschluß durch Deckglas schwerer durchführen ließe.

Seitlich der Kammer gehen die Polschuhe in zwei kräftige, im Querschnitt rechteckige Eisenstäbe über, die auf dem verschiebbaren Objektisch mittels Federn festgeklemmt werden. Dabei wird zugleich ihr Kontakt mit den Polen eines Elektromagneten hergestellt, der an den beiden Seitenteilen des Objektisches, wie namentlich die untenstehende Fig. 5 zeigt, endet.

Die beiden Pole des Elektromagneten werden (vgl. oben Fig. 1) so geschaltet, daß man mittels eines Schieberrheostaten nach Belieben die Stromintensität auf der einen Seite schwächen, auf der anderen Seite gleichzeitig verstärken kann: Dadurch wird das Eisenteilchen nach links oder rechts verschoben und kann durch diesen Kunstgriff leicht so gestellt werden, daß es genau vertikale Schwingungen ausführt. Der ganze Apparat mit dem Elektromagneten und einem durch Schraubetrieb verschiebbaren Objektisch läßt sich, so wie es Fig. 5 zeigt,

an jedem größeren Mikroskop anbringen. Zur Projektion der Bewegungen des Eisenteilchens diente mir meist das Objektiv Zeiss C, das nach Abfeilen eines kleinen Stückes der Messingfassung gerade noch genügend der Membran angenähert werden kann. Die benutzte Vergrößerung, Zeiss C kombiniert mit Projektionsokular 2, war in der Regel eine 140fache, wobei bereits die Reduktion der Vergrößerung durch die Projektion der um 45° gegen den Objektisch geneigten Ebene auf die Vertikalebene berücksichtigt wurde.

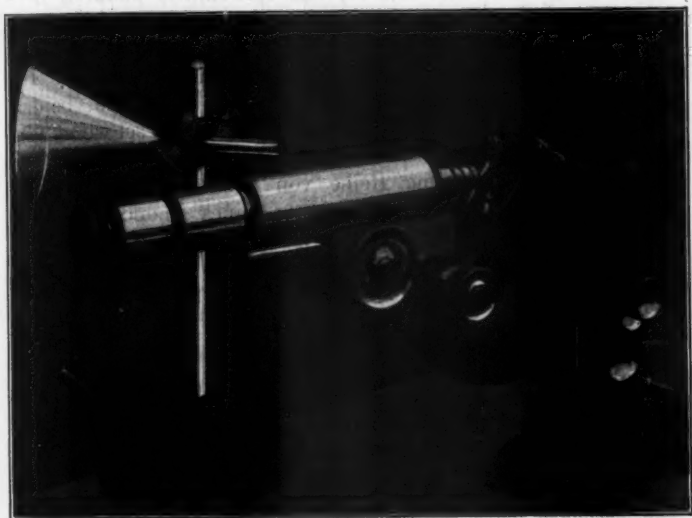


Fig. 5.

Da, wie oben erwähnt, die Schwingungsebene der Membran mit der Bildebene einen Winkel von 45° bildet, so war von vornherein zu befürchten, daß bei größeren Exkursionen der Rand der Eisenteilchen zu unscharf werden mußte. Wie die unten mitgeteilten Kurvenbeispiele zeigen, ist die Unschärfe jedenfalls ganz geringfügig, insoweit nicht extrem große Ausschläge erzeugt wurden. Andererseits war zu erwarten, daß bei Schwingungen des Eisenteilchens schräg nach oben, wo es sich dem optischen Systeme nähert, eine jede Wegstrecke, die das Teilchen zurücklegt, im Bilde größer wiedergegeben

wird, als im Falle des Abwärtsschwingens. Wie ich mich durch eine Messung überzeugen konnte, ist dieser Unterschied bei der benutzten Vergrößerung jedenfalls so unbedeutend, daß er ohne besondere Maßnahmen nicht bemerkt werden kann. (Betreffs dieser Messung vgl. Zeitschr. f. Biol. 56. p. 50. 1911.)

Bestimmung der Zahl der Eigenschwingungen und Dämpfung.

Wie ich schon früher beschrieb, lassen sich die Eigenschwingungen einer Seifenmembran einwandfrei dadurch hervorrufen, daß man dicht vor ihr, d. h. zwischen Objektiv und Membran einen elektrisch geladenen Konduktor anbringt. Bei meinen Versuchen stand er mit dem einen Pol einer Influenzmaschine in Verbindung. Wurden dann die beiden Pole der Influenzmaschine kurzgeschlossen, so schwingt die gespannte Membran in ihre Gleichgewichtslage zurück¹⁾, wobei im allgemeinen eine Reihe von Oszillationen auftreten. Später hat Weiss für die Eichung seines Phonoskops sich meiner Methode bedient, die ihn zu ganz anderen Resultaten führte als seine früheren Bestimmungen, bei denen er durch eine Telephonmembran versucht hatte, die Seifenmembran in Schwingungen zu versetzen.

Bei der Eichung der jetzt von mir verwendeten außerordentlich kleinen Membran war die photographische Registrierung²⁾ der Schwingungen erschwert, da bei nicht ganz genau

1) Wie ich schon früher hervorhob, haben Cremer und Matthes (Verh. d. Congr. f. Inn. Med. 1910) die Erscheinung der Vorwölbung einer Seifenmembran durch elektrische Ladung beschrieben, ohne aber das Phänomen zur Bestimmung der Eigenschwingungen, was ihnen gänzlich fern lag, zu verwenden.

2) Für die photographische Aufzeichnung der Kurven wurde das Bild des Eisenteilchens auf dem vertikalen Spalt meines Photokymographions entworfen. Hinter Spalt und Zylinderlinse dieses Apparates kann die einen Zylindermantel bildende lichtempfindliche Schicht um eine vertikale Achse je nach Einstellung mit verschiedener, aber fast ganz konstanter Geschwindigkeit (von etwa 1 mm bis zu 4 m) vorbeibewegt werden. Für Aufnahmen mit raschem Gang finden die Planfilme von Schleussner, für Aufnahmen bei langsamem Gang Bromsilberpapiere Verwendung. Die bei diesem Kymographion gebrauchten Kassetten können rasch und bequem im Tageslicht eingesetzt werden. Zur Zeitmarkierung wird auf der Kurve der Schatten des Hebels mit einer Zungenpfeife von 148 bzw. 145 Schwingungen und zuweilen der

zentrischer Einstellung des Eisenteilchens leicht ein Abrutschen desselben von der stark vorgewölbten Mitte und dann am Schluß der Eichung ein geringes Hin- und Herpendeln eintreten konnte. Immerhin ließ sich nach der geschilderten Methode, wenn auch das Teilchen auf der Höhe der Ablenkung selbst eine ziemlich unscharfe Abbildung lieferte, auch jetzt noch die Schwingungszahl ermitteln. Insbesondere wurde durch nochmalige Aufnahme einer Eichungskurve nach Abschluß der Kammer durch das auf der Rückseite angelegte Deckgläschen der Nachweis geführt, daß dann die Eigenschwingungen völlig verschwunden waren, die Dämpfung also eine vollkommene war. Unter diesen Umständen kommunizierte die Kammer mit der Außenluft nur durch die kleine, am Schlauchansatz befindliche Öffnung. Der große Unterschied im Verhalten der Membran bei offener und geschlossener Kammer tritt sehr deutlich an den beiden Eichungskurven Figg. 6 und 7, Taf. VI, zutage. In Fig. 6 ist die Eichung bei offener Kammer vorgenommen worden. Am Fuße der Figur sind zur Zeitmessung die Schwingungen einer Zungenpfeife von 148¹⁾ pro Sekunde zur Zeitbestimmung registriert worden. Die Geschwindigkeit der Schreibfläche betrug demnach fast 3 m. Die dunkle Linie darüber entspricht dem Eisenteilchen. Bei *a* ist der Kondensator entladen worden, und man sieht, wie steil die Membran nach der alten Gleichgewichtslage zurückkehrt und erst nach einer ganzen Reihe von Eigenschwingungen zur Ruhe kommt.

Trotz der unregelmäßigen Form der Membran ergibt sich, wie zu erwarten, ein mittlerer Eigenton, dessen Schwingungszahl etwa 2000 beträgt. Bei verschiedenen derartigen Versuchen erhielt ich folgende, im einzelnen voneinander etwas abweichende Werte:

I. Versuch:	2272	Schwingungen pro Sek. (Durschn. aus 4 Schwingungen)
II. Versuch:	1975	„ „ „ „ „ 6 „ „)
III. Versuch:	1963	„ „ „ „ „ 8 „ „)
IV. Versuch:	1963	„ „ „ „ „ 9 „ „)
Im Mittel: 2043 Schwingungen.		

Schatten des Hebels eines Fünftelsekunden schreibenden Jacquetschen Chronographen mit registriert (vgl. S. Garten, Photograph. Registrierung, Tigerstedts Handb. d. Physiol. Meth. 1. 1911).

1) Die Schwingungszahl der Zungenpfeife betrug bei früheren Versuchen 148, bei allen neueren 145.

Der II. Versuch ist in Fig. 6 wiedergegeben. Die kleinen Abweichungen sind wohl dadurch bedingt, daß offenbar Flüssigkeitsansammlungen am Rande des Ausschnittes die freischwingenden Sehnen der Membran verkürzen, also die Schwingungszahl erhöhen. Umgekehrt wird eine Vergrößerung des die Membran belastenden Eisenteilchens die Schwingungszahl herabsetzen müssen.

In Fig. 7 ist eine Eichungskurve nach Abschluß der Kammer wiedergegeben. Man sieht, daß, abgesehen von kleinsten Zäckchen im absteigenden Teil, deren Schwingungszahl etwa 6098 betragen würde, das Eisenteilchen glatt in die Ruhelage zurückkehrt. Die nachträglich erfolgenden langsamen Schwingungen sind offenbar durch ein Hin- und Herpendeln des Eisenteilchens in der Membranebene bedingt und haben nichts mit den für die Eichung wichtigen Eigenschwingungen der Membran selbst zu tun.

Für Nachuntersucher sei bezüglich der Eichung bemerkt, daß mir als Konduktor ein etwa 0,4 mm dicker Kupferdraht diente, an dessen Ende ein Tröpfchen Lötzinn hing, das zu einer Scheibe von etwa 1,5 mm Durchmesser ausgeschlagen war. Das Scheibchen war möglichst genau senkrecht über der optischen Achse in sehr kleinem Abstand von der Frontlinse des Objektives angebracht. Es wurde meist so weit gesenkt, daß sein Schatten in dem mikroskopischen Bild bereits sichtbar wurde.

Bestimmung der Belastung der Membran.

Bereits früher hatte ich die Belastung der Membran, wie sie durch das Eisenteilchen bedingt ist, festzustellen versucht, indem ich aus dem mikroskopischen Bild, unter der Annahme, daß es sich um einen zylinderförmigen Körper handelte, den Inhalt und, durch Multiplikation mit 7,8, dem spezifischen Gewicht des Eisens, das Gewicht berechnete. Ich hatte damals geschrieben: „so hatte z. B. ein *verhältnismäßig* schon *großes*¹⁾ Eisenteilchen, bei etwa 100facher Vergrößerung gemessen, folgende Dimensionen usw.“, und war zu einem Gewicht von etwa $\frac{1}{1000}$ mg gelangt. Nun betont Frank²⁾ mit Recht, daß die Güte der mit Eisenteilsplanchen belasteten Membran stets geringer als die der freien Membran ist, „und sie erhält bei der Verkleinerung der Kapsel zum Schluß den

1) Früher nicht Kursiv!

2) O. Frank, Die Membran als Registrierarsystem. Zeitschr. f. Biol. 60. p. 363. 1913.

Wert 1,07 V, wenn man die Gartenschen Daten für die Maße der Eisenfeilspänchen einbezieht“. Damals hatte ich aber von einem „*verhältnismäßig schon großen*“ Eisenteilchen gesprochen, und es läßt sich tatsächlich zeigen, daß man mit viel kleineren Eisenteilchen einen genügend deutlichen Registrierpunkt oder besser eine Registrierlinie erhält.

Zur Erzeugung so feiner Partikelchen empfiehlt es sich nach meinen Erfahrungen, eine sehr feine *unmagnetische* Plattfeile und ein ebenfalls unmagnetisches Stück weichen Eisens zu verwenden, da sonst die feinsten Teilchen leicht am Eisen oder der Feile hängen bleiben und nicht auf die Membran herabfallen. Feilt man sehr zart und stößt man dann leicht mit der Feile gegen den Eisenstab, so fallen dann in der Regel genügend kleine Eisenteilchen auf die Membran herab.

Um festzustellen, mit wie leichten Teilen man noch arbeiten kann, habe ich, durch die Franksche Überlegung veranlaßt, nacheinander acht verschiedene Eisenteilchen auf der Membran eingestellt, die sich zur Registrierung eigneten, und durch Nachzeichnen ihrer Kontur bei bestimmter Vergrößerung (200- bzw. 141fach) ihre Dimensionen ermittelt. Es wurde dabei angenommen, daß es sich um zylindrische Teilchen handelte. Für ihre Gewichte ergaben sich folgende Werte:

Eisenteilchen	Nr.	1	wog	0,000079	mg
„	2	„	0,000021	„	„
„	3	„	0,000305	„	„
„	4	„	0,000010	„	„
„	5	„	0,000095	„	„
„	6	„	0,000555	„	„
„	7	„	0,000102	„	„
„	8	„	0,000062	„	„

Also im Mittel: 0,000154 mg.

Es wogen also die angeführten Eisenstäubchen im Durchschnitt 7mal weniger als das verhältnismäßig schon große Eisenteilchen, dessen Gewicht nach meinen früheren Angaben den Berechnungen Franks zugrunde lag. Ja es konnte nach obiger Tabelle sogar noch ein Eisenteilchen von etwa $\frac{2}{100000}$ mg, das also *50mal so leicht war* als das früher angenommene, zur Registrierung verwendet werden. Ich möchte noch bemerken, daß es nicht immer *sofort* gelingt, kleinste Teilchen wie die beschriebenen zu erhalten.

Fällt ein größeres Teilchen auf die Membran, so kann man meist, ohne die Membran zu zerstören, dasselbe durch eine magnetische Nadel entfernen und ein neues Stäubchen auffallen lassen. Vielfach bleibt dann

eine einmal hergestellte Membran mit feinsten Teilchen auch während mehrerer Versuche bestehen. (Benutzung von nicht zu alter Plateauscher Seifenlösung.) Der sehr nahe liegende Gedanke, die Seifenmembran durch eine entsprechende dauerhafte Membran zu ersetzen¹⁾, kann nur dann durchgeführt werden, wenn nach Ausweis der Eichungskurven dieselben günstigen physikalischen Eigenschaften wie bei der Seifenmembran vorhanden sind.

Bestimmung der Empfindlichkeit der Membran.

Veranlaßt durch die Franksche Bemerkung, „eine genaue Beurteilung der mit ihr erreichten Wirkung ist erst möglich, wenn die Empfindlichkeit der Membran angegeben wird“, habe ich versucht, den Druck festzustellen, der im Innern des Dämpfungsraumes erzeugt werden muß, um durch Vorbuchtung der Membran eine Verschiebung des Eisenteilchens um 1 mm im mikroskopischen Bilde herbeizuführen.

Die Bestimmung wurde in der Weise ausgeführt, daß ein geneigt liegendes, doppelschenkliges Petroleummanometer mit einer größeren leeren Flasche kommunizierte, die ihrerseits wieder durch einen Glashahn mit dem Kapselhohlraum in Verbindung gesetzt werden konnte. Wurde die Hand der Flasche genähert, so trat, entsprechend der durch die Erwärmung in der Flasche erzeugten Drucksteigerung eine Verschiebung des Petroleummeniskus und ein Ausschlag des Eisenteilchens auf. Die Ausschläge des Petroleummanometers wurden dann in bekannter Weise mit denen eines vertikalstehenden Wassermanometers verglichen und auf dieses reduziert. Bei der Kleinheit der Ausschläge des Petroleummanometers sind die erhaltenen Werte nur als ungefähre Schätzungen aufzufassen. Es ergab sich, daß 1 mm Membranverschiebung, gemessen bei der 141 fachen Vergrößerung, bei einer Drucksteigerung von 0,12 mm Wasser eintrat.²⁾

Da eine Verschiebung des einzelnen Teilchens um $\frac{1}{10}$ mm bei der Vergrößerung noch eben erkennbar sein dürfte, so würde das Druckminimum, das bei konstanter Einwirkung einen eben merklichen Ausschlag erzeugen könnte, also etwa 0,012 mm Wasser betragen. Selbstverständlich³⁾ müssen bei sehr raschen periodischen Druckänderungen die Schwellenwerte noch etwas

1) Herr Dr. phil. Steinhausen, der ja mit meinem Schallschreiber gearbeitet hat (Zur Kenntnis der Luftschwingungen in Flöten, Diss. Gießen 1914), hat mir brieflich diesen Gedanken geäußert.

2) Eine Reihe Kontrollversuche, die ich ca. 2 Jahre nach jenen Bestimmungen anstellte, ergaben mir als Mittelwert 0,11 mm Wasser.

3) Es geht das z. B. auch aus der Darstellung von Wien, (Messung der Tonstärke, Wied. Ann. **36**, p. 839. 1889) hervor.

höher liegen. Der gefundene Druck ist ein außerordentlich hoher, wenn man ihn mit den Druckwerten vergleicht, wie sie im Minimum zur Auslösung einer Gehörsempfindung erforderlich sind.¹⁾ Immerhin reicht die Empfindlichkeit der Membran für viele Aufgaben der Sprachregistrierung vollkommen aus.

Beispiele einiger registrierter Schallkurven.

Um von den Leistungen des Schallschreibers einen Begriff zu geben, sollen im folgenden einige charakteristische Schallkurven, die zum Teil auch für den Physiker von Interesse sein dürften, an der Hand der auf Taf. VI—VIII wiedergegebenen Abbildungen beschrieben werden. Rein technisch zeigen die Kurven, daß es tatsächlich, trotz der Schwingungen des Eisenteilchens in einer Bahn, die mit dem Objektisch einen Winkel von 45° bildet, möglich ist, ausreichend scharfe Grenzl意思 zu erhalten. Bei der von mir benutzten Anordnung reicht auch, wie die abgebildeten Kurven zeigen, die Lichtstärke der Bogenlampe trotz engen Kymographionspalt aus, um die Registrierung bei 2—3 m Geschwindigkeit, wie sie für die spätere Analyse der meisten Kurven notwendig ist, vorzunehmen.

1. Klangkurven von Stimmgabeln.

Da der Schallschreiber zur Untersuchung der menschlichen Stimme, insbesondere der tieferen Töne, die unterhalb der Schwingungszahl der Membran (2000) liegen, Verwendung finden soll, so war zunächst praktisch zu prüfen, ob ein physikalisch genau bekannter Klang, der sich aus zwei oder mehreren zueinander harmonischen Sinusschwingungen zusammensetzt, einigermaßen richtig wiedergegeben wird. Die Erzeugung eines geeigneten Klanges wäre schwierig, wenn man die Forde-

1) Nach M. Wien, Messung der Tonstärke (l. c. p. 849) lag die Reizschwelle für die Wahrnehmung von a' bei einem Druck von $0,59 \mu\mu$ Quecksilber. Es würde demnach der Druck, der zu einer eben merklichen Exkursion der Seifenmembran erforderlich ist, rund 1500mal so groß sein, wie der Schwellenwert für die Gehörswahrnehmung. Demnach ließen sich noch Töne sehr verschieden großer Intensität registrieren, wenn man mit Wien (p. 847) den Reizumfang auf 625000 Millionen für das menschliche Ohr annimmt.

rung stellte, daß die ihn zusammensetzenden Schwingungen ein bekanntes Amplitudenverhältnis besitzen mußten. Verzichtet man aber darauf und begnügt sich, festzustellen, daß nach Ausweis der Analyse in der registrierten Kurve in der Hauptsache die wesentlichen, den Klang liefernden Schwingungen auftreten, so ist die Herstellung eines geeigneten Klanges leicht zu erzielen. Für den vorliegenden Zweck erhält man beispielsweise mit genügender Genauigkeit durch Anschlagen zweier Stimmgabeln einen Klang, in dem die höheren Obertöne der Stimmgabeln namentlich während des Abklingens gegenüber den entsprechenden Grundtönen ganz zurücktreten.¹⁾

Ein derartiger Versuch ist in Fig. 8, Taf. VI, wiedergegeben. Es wurden zwei Stimmgabeln von 128 und 3×128 Schwingungen benutzt, deren Resonatoren sich gegen den Trichter des Schallsehreibers hin öffneten. Kurz vor der Registrierung waren die Gabeln angeschlagen worden, und die Ausschläge der Seifenmembran wurden während ihres Abklingens registriert. Unterhalb der Schwingungskurve des Eisenteilchens ist die Kurve der Schwingungen einer Zungenpfeife von 145 Schwingungen, wie in allen folgenden Kurven, zwecks Zeitmessung mitregistriert worden, und zwar wurde, um Platz zu sparen, hier nur die obere Hälfte dieser Kurven mitabgebildet. Zum Vergleich ist unterhalb von Fig. 8 noch die Schwingungskurve der tieferen Gabel, wie sie vom Eisenteilchen wiedergegeben wird, in Fig. 9 allein verzeichnet. Die obere, kombinierte Kurve wurde zwecks Analyse in fast 8facher Vergrößerung mittels des Projektionsapparates nachgezeichnet und an ihr wurden mit dem harmonischen Analysator von Mader²⁾ die ersten neun Partialtöne in bezug auf ihre Amplitudengröße bestimmt. In beistehender Tabelle sind die resultierenden Amplituden der neun ersten Teiltöne in der Weise verzeichnet, daß die Summe aller neun gleich 100 gesetzt wurde.

1) Vgl. H. v. Helmholtz, *Lehre von den Tonempfindungen*. 6. Aufl. 1913. p. 121: „Die hohen Töne verklingen gewöhnlich schnell, während der Grundton lange stehen bleibt“.

2) O. Mader, Ein einfacher harmonischer Analysator mit beliebiger Basis. *Elektrotechn. Zeitschr.* H. 36. 1909.

Tonhöhe	Amplitude
1 · 128	38,9% (Grundton von Stimmgabel I)
2 · 128	1,6
3 · 128	49,2 (Grundton von Stimmgabel II)
4 · 128	3,3
5 · 128	1,6
6 · 128	0,8
7 · 128	1,6
8 · 128	1,2
9 · 128	1,6

Es wird also hier durch die Analyse, wie zu erwarten war, sehr deutlich das Überwiegen der beiden Grundtonschwingungen der Stimmgabeln gegenüber den Obertönen bestätigt. Letztere sind zum Teil hier in so geringer Stärke vorhanden, daß die Werte bereits in das Gebiet der Messungsfehler fallen.

2. Klang der verschieden stark angeblasenen offenen Orgelpfeife.

Der Klang der offenen Orgelpfeife ist physikalisch ebenfalls gut bekannt und daher zur Prüfung der Schallschreibung besonders geeignet. Im Klange der offenen Orgelpfeife können je nach Stärke des Anblasens neben dem Grundton die geradzahligen und ungeradzahligen Obertöne in verschiedener Stärke auftreten. Und zwar tritt mit der Stärke des Anblasens der Grundton immer mehr zurück. Von Raps¹⁾ wurde in ähnlicher Weise an der gedeckten Orgelpfeife, bei der ja die ungeradzahligen Obertöne allein vorhanden sind, die Zunahme des dritten Obertones bei Drucksteigerung gegenüber dem Grundton mit seiner Interferenzmethode nachgewiesen.

In Fig. 10, Taf. VI ist nun die Schwingungskurve bei ziemlich schwachem Anblasen einer Orgelpfeife von 120 Schwingungen wiedergegeben. In Fig. 11, Taf. VI ist der Luftstrom verstärkt worden, und in Fig. 12, Taf. VI endlich wurde sehr kräftig geblasen. Man sieht auf den Kurven, daß die Grundtonschwingung mit der Verstärkung des Luftstromes mehr und mehr zurücktritt und fürs Auge sichtbar, der dritte Teilton die Oberhand gewinnt; doch ist auch, wie zu erwarten, der zweite Teilton in

1) Raps, Über Luftschwingungen, Ann. d. Phys. N. F. 50, p. 193. 1893.

beträchtlicher Stärke vorhanden. Es geht das aus den Analysen hervor, die von den Kurven 10 und 11 ebenfalls mit dem harmonischen Analysator von Mader in der oben beschriebenen Weise gemacht wurden. Nur habe ich mich hier auf die Bestimmung der ersten fünf Teiltöne beschränkt, und es wurde die Summe der resultierenden Amplituden derselben ebenfalls gleich 100 gesetzt.

Fig. 10.	Teilton	Amplitude
	1	37
	2	22
	3	37
	4	2
	5	2

Fig. 11.	Teilton	Amplitude
	1	6
	2	25
	3	65
	4	1
	5	3

Man ersieht aus der Analyse, daß in Kurve 11 der dritte Teilton auf Kosten des Grundtones gegenüber Kurve 10 verstärkt ist. In Fig. 12 sind, wie schon der Augenschein lehrt, die ersten beiden Teiltöne fast vollständig verschwunden, und die Pfeife gab, was mit dem Ohr deutlich wahrzunehmen war, jetzt den dritten Teilton an. Von einer Analyse dieser Kurven wurde abgesehen.

3. Beispiele periodischer Intensitätsänderungen (Schwebungskurve und Konsonant R).

Daß mittels der Seifenmembran sich auch noch Schwebungen zweier relativ hoher Töne, auch wenn die Schwingungszahl dieser Töne höher liegt als der Eigenton der Membran, anschaulich wiedergeben lassen, wird durch Fig. 13 gezeigt. Es waren hier vor dem Trichter des Schallschreibers zwei kurze offene Glaspfeifen gleichzeitig angeblasen worden. Die Schwingungszahl der höheren betrug, wie die Ausmessung der Kurve ergab, 2694. Man sieht sehr deutlich, wie periodisch die Amplituden größer und kleiner werden, und zwar betrug die Zahl der Schwebungen 39 in einer Sekunde.

Ebenso wie die allmählichen Intensitätsänderungen bei den Schwebungen werden auch die periodischen *plötzlichen* Intensitätssteigerungen, wie sie beispielsweise den Klang des

Konsonanten „r“ charakterisieren, von der Membran gut wiedergegeben. In Fig. 14, Taf. VII ist bei langsamerem Gang der Schreibfläche eine Kurve des Konsonanten „r“ (Gaumen-„r“) wiedergegeben. Entsprechend seinem Vokalcharakter liefert der Laut „r“ einen ausgesprochenen Grundton, dessen Schwingungszahl im vorliegenden Fall 135 beträgt. Innerhalb jeder Grundtonperiode findet man, worauf hier nicht näher eingegangen werden kann, eine Reihe kleinerer, regelmäßig wiederkehrender Schwingungen. Die Amplituden dieser Schwingungen nehmen, wie die Kurve deutlich zeigt, periodisch an Größe ab, um *plötzlich* wieder ihren maximalen Wert zu bekommen. Im vorliegenden Fall konnten 13,5 solche Schläge pro Sekunde gemessen werden.

4. Klangkurve eines höheren Tones (Galtonpfeife von 8555 Schwingungen).

Da der Eigenton der Seifenmembran bei etwa 2000 liegt, so ist es, wie oben angeführt wurde, unmöglich, bei höheren Klängen die Amplitudenverhältnisse einigermaßen richtig wiederzugeben. Immerhin lassen sich mit dem Apparat, wie auch schon in meiner ersten Mitteilung gezeigt wurde, sehr viel höhere Schwingungen, unter Verzicht auf quantitativ richtige Wiedergabe, *noch genügend deutlich* verzeichnen. In Fig. 15, Taf. VII sind die Schwingungen der Membran beim Anblasen mit der verhältnismäßig tief gestimmten Galtonpfeife wiedergegeben. Um die sehr kleinen Schwingungen genügend deutlich sichtbar zu machen, wurde die Kurve, wie die im Original in 1 mm Entfernung verzeichneten Abszissenlinien erkennen lassen, auf das 5,3fache vergrößert. Der Raumersparnis halber wurde außerdem ein Teil der zugehörigen Schwingungskurve der Zungenpfeife von 145 Schwingungen, nach Einzeichnung zweier Ordinaten in der Abbildung, dicht an die obere Kurve herangerückt. Wie die Auszählung ergibt, zeigten die registrierten Schwingungen eine Frequenz von 8555. Man kann auch bei noch höheren Tönen der Galtonpfeife Membran-schwingungen erhalten; doch werden sie zunehmend kleiner — schon in Fig. 15 beträgt die Ordinatenhöhe nur noch 0,26 mm, — so daß eine deutliche Registrierung bei der benutzten Anordnung schwierig werden würde.

5. Die durch einen Knall hervorgerufenen Schwingungen der Membran.

Zur Ergänzung der oben beschriebenen Prüfung der Membran auf ihre Eigenschwingung und ihre Dämpfung habe ich auch die äußerst rasche und kurzdauernde Luftbewegung benutzt, deren Wirkung auf das Gehörorgan uns die Empfindung des „Knalles“ verschafft. Durch Versuche an seiner Schlitzsirene hat Hensen¹⁾ gezeigt, daß als physikalische Ursache für die Knallempfindung in der Hauptsache²⁾ ein einzelner Luftstoß genügt; dabei ist es nach seinen Versuchen nicht erforderlich, daß in der Nähe der Schallquelle die Luft raschere Bewegungen ausführe, als der Fortpflanzung des Schalles entspricht. Daß solche Luftbewegungen vielfach an der Knallquelle auftreten können, war durch Lummer³⁾ erwiesen worden. Zur Entscheidung der Frage, ob beim Knall sich eine größere Zahl von Luftschwingungen zeigen, sind in älterer Zeit, wie Auerbach⁴⁾ (p. 276) ausführt, mehrfach graphische Registrierungen mit verschiedenem Erfolge ausgeführt worden. Leider hat Raps mit seiner Interferenzmethode keinen diesbezüglichen Versuch ausgeführt; denn bei der dem Knall zugrunde liegenden, äußerst heftigen Luftbewegung wäre es sicher möglich, mit dieser Methode alle Resonanz bedingenden Hohlräume zur Schallzuleitung zu vermeiden.

Bei meinen Knallregistrierungen, die mehr gelegentlich zur Prüfung der Leistung der Membran unternommen wurden,

1) H. Hensen, Über Anfangs- und Endknall bei Tönen. VI. Intern. Physiologenkongr. Centralbl. f. Physiol. 1907 und Pflügers Arch. 119. p. 254. 1907.

2) Daß sich an einem solchen Luftstoß stets Nachschwingungen anschließen müssen, braucht hier wohl nicht erst betont zu werden.

3) O. Lummer, Über die Theorie des Knalles. 83. Jahresber. d. Schles. Ges. naturwiss. Sektion, p. 2. Breslau 1906.

4) F. Auerbach, Akustik (Winkelmanns Handb. d. Phys. p. 276. 1909): „Bei kurzen Knallgeräuschen hat man z. B. mit Hilfe der Schlierenmethode oder der manometrischen Flammen u. a. die Frage — jedoch ohne einheitlichen Erfolg — zu entscheiden versucht, ob solche Knalle nur eine einzige, vielleicht gar nur eine halbe Welle oder aber doch mehrere solche Wellen repräsentieren. Beim Funken fanden Toepler nur eine, neuere Autoren mehrere Wellen; Hensen erhielt beim Knallen eine ganze Anzahl, Brücke dagegen beim Händeklatschen sowie beim Explodieren von Seifenblasen nur eine einzige Flammenzacke, was vielleicht an dem verschiedenen Material der Membran (Kautschuk bzw. Glimmer) liegt“.

und bei denen deshalb auch die Literatur nicht eingehend berücksichtigt worden ist, diente als Schallquelle der zwischen zwei Metallkugeln überschlagende Funken einer Influenzmaschine bzw. eines Induktoriums. Der Schall wurde in den meisten Versuchen, um fehlerhafte Wiedergabe durch Resonanz auszuschalten, der Membran direkt durch die freie Luft zugeführt.

Der verhältnismäßig schwache Knall beim Überspringen des Funkens an der Influenzmaschine bei einer Funkenstrecke von etwa 1 cm ist in Fig. 16, Taf. VI registriert. Die Schwingungen der Membran sind ziemlich klein, obwohl der Funken nur 7,5 cm von ihr entfernt übersprang. Wie die Figur deutlich zeigt, ist die Schwingung so stark gedämpft, daß die zweite Ganzschwingung nur eben noch zu erkennen ist. Nach dem Abstand von Wellental 1 zu Wellental 2 gerechnet, würde die Schwingungszahl 109 betragen.

Um einen schärferen Knall zu erzielen, wurde in weiteren Versuchen ein großes Induktorium verwendet, dessen sekundäre Pole mit den Innenbelegen zweier Leydener Flaschen verbunden waren, deren Außenbelege miteinander kommunizierten. Um dabei noch weitere Verschiedenheiten im Knall zu erhalten, wurden, im folgenden als Anordnung *a* bezeichnet, zwei ganz kleine Leydener Flaschen von je 60 qcm Fläche des äußeren Belages und, als Anordnung *b*, zwei große Leydener Flaschen von etwa ¹⁾ 1815 qcm des äußeren Belages verwendet. Die Funkenstrecke betrug durchschnittlich 1 cm.

Fig. 17, Taf. VI zeigt eine mit der Anordnung *a* erhaltene Knallkurve. Auch hier kommt der Knall in einer Schwingung mit außerordentlich starkem Dekrement zum Ausdruck. Trotz der anfänglich größeren Amplitude ist die dritte Schwingung nur eben noch wahrnehmbar. Die Schwingungszahl würde betragen: nach der ersten Schwingung, gerechnet von Wellental zu Wellental, 159, nach der zweiten Schwingung 171. Es scheint also die in Fig. 16 registrierte, durch den Knall des Funkens der Influenzmaschine hervorgerufene Schwingung der Membran unter den gegebenen Bedingungen eine langsamere zu sein als die in Fig. 7, Taf. VI vom Induktorium erhaltene. Unter Benutzung der Anordnung *b* wurde der Knall der Funken mächtiger, so daß die Entfernung Funke—Membran

1) Die beiden Leydener Flaschen, die mir zur Verfügung standen, waren verschieden groß.

wesentlich vergrößert werden mußte. Fig. 18, Taf. VI zeigt eine solche Aufnahme des Knalles bei großer Funkendistanz. Man sieht hier fast nur eine einzige Halbschwingung, die verhältnismäßig rasch verläuft; jedenfalls rascher als bei der eben beschriebenen Anordnung. Die weiße vertikale Linie vor Beginn der Kurvensenkung ist durch die Lichtwirkung des Funkens hervorgerufen und gibt annähernd — auf genaue Einstellung des Funkens in der Medianebene der Anordnung war nicht besonders geachtet worden — den Moment des Überspringens des Funkens wieder. Nebenbei sei bemerkt, daß die periodischen Oszillationen in der Entladung, nach der Lichtlinie zu urteilen, sich bei der gewählten Anordnung so rasch folgten, daß sie auch unter dem Mikroskop nicht zu erkennen sind. Dagegen erkennt man in der Membranschwingung unter dem Mikroskop am Anfang der Exkursion außerordentlich rasche Luftschwingungen, deren Schwingungszahl schätzungsweise 13920 betrug. Im weiteren Verlauf — in der Fig. 18 am Wellental sichtbar — treten dann langsamere Schwingungen von 4176 auf, die etwa dem ersten Oberton der Membran, die ja rund 2000 Schwingungen hatte, entsprechen können. Die am Anfang der Exkursion sichtbaren, sehr raschen Schwingungen waren angedeutet auch an vielen anderen Knallkurven zu beobachten. Sie treten am absteigenden Ast der Knallkurve nach meinen bisherigen Erfahrungen besonders dann deutlich hervor, wenn der einen heftigen Knall gebende Funke fast bis zu der Grenze der Membran genähert wird, bei der eine Sprengung derselben erfolgt. In Fig. 19, Taf. VI ist bei 3facher Vergrößerung der Originalaufnahme eine derartige Knallkurve wiedergegeben. Um auf die in der Originalfigur immerhin schwer erkennbaren raschen Schwingungen hinzuweisen, wurden am Rande der Figur je 10 den Schwingungen entsprechende feine Linien eingetragen. Bei dem Versuch folgten sich zufällig, wohl durch eine Kontaktstörung am Quecksilberunterbrecher bedingt, wie die beiden weißen Linien zeigen, zwei Funken in kurzem Intervall, was für die Erkennung der Teilschwingungen hier von besonderem Vorteil war, da diese gerade nach dem zweiten Knall besonders klar hervortraten. Beim ersten Knall ist wahrscheinlich infolge einer geringen seitlichen Verschiebung des Eisenteilchens der absteigende Kurvenast zu hell geworden.

Trotz der kurzen Entfernung Funke—Membran von 0,48 m kann man versuchen, aus dem zeitlichen Abstand der Lichtlinie von dem Beginn der Schwingungen die Geschwindigkeit der Fortleitung des Knalles



Fig. 10.

zu berechnen. Es fand sich als Leitungszeit 1,46 σ . Legt man die Schallgeschwindigkeit von 340 m zugrunde, so erhält man 1,41 σ . In einem anderen Versuch, wo die Entfernung nur 45,5 cm betrug, fand sich 1,42 σ als Leitungszeit, während, nach der Schallgeschwindigkeit berechnet, 1,34 σ erforderlich waren. Selbstverständlich können diese beiden Versuche keinen sicheren Wert der Leitungsgeschwindigkeit des Knalles

ergeben, da bei einer exakten Bestimmung der Leitungsgeschwindigkeit Registrierungen von zwei verschieden entfernten Knallquellen vorgenommen werden müßten, um etwaige Verzögerungen zwischen Funke und Knallentstehung bzw. Verzögerung im Beginn der Membranschwingungen auszuschalten.

In Fig. 19, Taf. VI sieht man, daß im Knallbeginn das Eisen-
teilchen, entsprechend den großen Amplituden, außerordentlich geschwind hin und her geworfen wird, was verständlich erscheint, wenn man mit Lummer¹⁾ annimmt, daß beim Knall die Luft sehr rasch von der Knallquelle fortgeschleudert oder nach ihr hin bewegt wird. Für den durch den Funken der Leydener Flasche erzeugten Knall nimmt Lummer eine Verdünnungswelle an: „Wie dem aber auch sei,“ schreibt Lummer p. 11, „bei allen Knallvorgängen der Natur läßt sich stets nachweisen, daß entweder eine abnorme Verdichtungswelle durch die Bewegung kompakter Massen (Geschoß, Peitsche, Meteor und Explosion) oder eine abnorme Verdünnungswelle durch Erzeugung oder Öffnung eines Vakuums entsteht (Blitz, Leydener Flasche, Glühlampe)“. Dem gegenüber finde ich auch bei den stärksten Vergrößerungen der Kurven (vgl. Fig. 19) im Knallanfang ein steiles Herabgehen des Teilchens, was bei der direkten Schallzuleitung von vorn einer *Drucksteigerung* entspricht. Und ebenso ergibt die Zuleitung des Knalles von der Kammerhöhlung aus (vgl. die Resonatorversuche, p. 300) zu Anfang der Knallkurve einen steilen Anstieg, der wiederum mit einer primären Drucksteigerung übereinstimmen würde. Es ist also jedenfalls bei der in meinen Versuchen gewählten Entfernung der Knallquelle immer im Knallbeginn von der Membran eine Verdichtungswelle registriert worden.

Ob der von der Knallquelle ausgehende Luftstoß die in Fig. 19 abgebildeten raschen Schwingungen dadurch hervorrief, daß er so hohe Teilschwingungen der Membran hervorbrachte, oder dadurch, daß er die Luft in dem kleinen Kapselhohlraum, ähnlich, wie es unten für Resonatoren beschrieben wird, in Schwingungen versetzte, ist zunächst schwer zu entscheiden. Es betrug die Schwingungszahlen jener raschen Schwingungen in obiger Figur nach dem ersten Knall *schätzungsweise* 17066, nach dem zweiten Knall 15067. Es würde also

1) O. Lummer, Über die Theorie des Knalles. Schles. Gesellschaft f. vaterl. Kultur, Abt. II. p. 2. 1905.

der Eigenton, insoweit er durch die Seifenmembran nicht wesentlich geändert wird¹⁾, nahe an der oberen Hörgrenze liegen. Bei Anblasen der hinten durch ein Deckglas verschlossenen Kammer des Schallschreibers durch ein gegen das Diaphragma gerichtetes Glasrohr nimmt man nun in der Tat neben dem Blaseräusch einen sehr hohen Ton wahr, und zwar nur so lange, als das hintere Kammerfenster geschlossen war. Dieses spricht also für die letztere Annahme, daß der Knall die Luft im Kapselhohlraum in Eigenschwingungen versetzt hatte.

Die während des Krieges jetzt häufig auftretenden scharf umschriebenen Trommelfellrupturen nach starken Knalleinwirkungen sind vielleicht durch ähnliche abnorm starke Schwingungen des Trommelfelles veranlaßt, die schließlich sogar zur Zerreißung der am stärksten schwingenden Teile führen. Bemerkenswerter Weise findet man, daß die Risse im Trommelfell häufig an der gleichen Stelle auftreten²⁾, und man könnte sich denken, daß der Knall die Luft des äußeren Gehörganges in ähnlicher Weise, wie es im folgenden für die Resonatoren gezeigt werden kann, in Eigenschwingungen versetzt. Da nun die Fasern des Trommelfelles nach Fick³⁾, entsprechend ihrer verschiedenen Länge und Spannung, auf verschieden hohe Töne abgestimmt sind, kann man vermuten, daß diejenigen Fasern, deren Schwingungsperiode mit dem Eigenton des äußeren Gehörganges, der zwischen c 4 und a 4 liegt, in so starke Oscillationen geraten, daß gerade hier eine lokale Zerreißung erfolgt. Da aber die Dimension des äußeren Gehörganges, des Trommelfelles und der Paukenhöhle individuell nicht allzu verschieden sind, so wäre die Zerreißung an der gleichen Stelle nach Obigem gut zu verstehen. Daß die Resonanz so gewaltige Wirkungen hervorzubringen vermag, ist bekannt.

1) Bei den gebräuchlichen Metallresonatoren wurde nach der Funkenmethode (vgl. unten) der Eigenton bestimmt, einmal nach Überziehen der Schallöffnung mit einer Seifenmembran, einmal nach Zerstörung derselben. Es ergab sich, daß durch Überziehen der Schallöffnung mit der Seifenmembran der Eigenton bei den größeren Resonatoren um etwa einen halben, bei den kleineren um etwa einen ganzen Ton vertieft wurde.

2) Herr Prof. O. Wagener, Greifswald, machte mich im Kriegslazarett Douai gelegentlich auf diese Erscheinung aufmerksam, die durch obige Betrachtung eine Erklärung finden könnte.

Zusatz nach Korrektur: Nach einer soeben erhaltenen brieflichen Mitteilung von Hrn. Prof. Wagener sind Rupturen des Trommelfelles an gleichen Stellen sowohl bei derselben Person als auch bei verschiedenen Personen aber nach demselben Knall gesehen worden. Dagegen finde ich in der Mitteilung keine Bestätigung für meine obige nach Erinnerung gemachte Angabe, daß nach verschiedenen Knallen die gleichen Stellen des Trommelfelles betroffen würden.

3) A. Fick, Gesammelte Abhandl. 3. p. 505.

So schreibt Auerbach¹⁾: „Immerhin kann die Amplitude des resonierenden Systems größer werden als es das verträgt, und es kommt alsdann zu einer Katastrophe (Zerspringen von Gläsern, Platzen des Trommelfelles usw.)“.

Für gewisse Sprachversuche erschien es wichtig, festzustellen, ob beliebige Resonatoren, vor deren Öffnung eine solche kurzdauernde Knallschwingung erzeugt wird, ihre Eigenschwingungen geben. Zu diesem Zweck wurde der Kapselraum des Schallschreibers durch einen 7 cm langen Schlauch von 5 mm lichter Weite mit verschiedenen Resonatoren verbunden und vor denselben eine Entladung des Induktoriums herbeigeführt. Es ergab sich, daß alle von mir benutzten zylindrischen und kugelförmigen Metallresonatoren bei jedem Knall des Funkens ihren Eigenton lieferten, wovon man sich durch direktes Hören an den Resonatoren überzeugen konnte. Die wahrgenommenen kurzdauernden Töne entsprachen nun, wie die graphische Registrierung ergab, einer Reihe von Schwingungen, deren Amplituden vom Beginn an ziemlich rasch abnahmen. Es verhielt sich die Luft in den Resonatoren also ähnlich wie irgendeine elastisch gedämpfte Feder, die durch einen einzigen Stoß eine ähnliche Kurve geliefert hätte.

Von zwei beliebig herausgegriffenen Resonatoren, deren Schwingungszahlen, nach dem Gehör geschätzt, etwa bei 449 und 1096 lagen, sind die Kurven 20 u. 21, Taf. VII erhalten worden. In Fig. 20, dem Versuch mit dem größeren Resonator, wurde nach einer sehr steilen Anfangsschwingung — mit der Lupe erkennt man auf dem Original, daß das Eisenteilchen bis zum oberen Band der Figur emporgeschleudert wurde — eine größere Zahl Eigenschwingungen des Resonators, deren Amplituden schnell abnahmen, erhalten. An der ersten Schwingung sind noch mit der Lupe am Original erkennbar, feinste Schwingungen vorhanden, wie sie in Fig. 19 dargestellt wurden. Die Schwingungszahl ergab nach der graphischen Registrierung 492 Schwingungen, während, wie erwähnt, nach dem Gehör der Eigenton zu 449 angenommen worden war.

Unter sonst gleichen Bedingungen sind in Fig. 21 die Schwingungen eines viel kleineren Resonators, der durch den Knall eines Funkens erregt wurde, registriert worden, und man sieht dementsprechend nach einer ebenfalls unregelmäßigen Anfangsschwingung eine Reihe sich rasch folgender Eigenschwingungen des Resonators, deren Schwingungszahl viel

1) F. Auerbach, Akustik. Winkelmanns Handb. d. Phys. 2. p. 124. 1909.

höher (bei 1124) liegt. Mit dem Gehör war, wie erwähnt, die Schwingungszahl 1096 angenommen worden.

Läßt man mehrere Resonatoren durch ein und denselben Funken gleichzeitig erklingen, so kann man am Schallschreiber Kurven erhalten, die Kombinationen der Schwingungen der beliebig gewählten, zueinander harmonischen oder unharmonischen Eigentöne der betreffenden Resonatoren darstellen. Eine solche Kombination ist in Fig. 22, Taf. VII wiedergegeben. Ein Resonator *a* von der Schwingungszahl 345 und der in Fig. 21 bereits verwendete Resonator *b* von der Schwingungszahl 1096 (1124), waren gleichzeitig durch Gummischlauch mit dem Schallschreiber verbunden. Am Anfangsteil der Kurve sieht man sehr deutlich auf die langsameren Schwingungen von *a*, die rascheren von *b* aufgesetzt. Da die Amplituden der Schwingungen des höheren Resonators *b* schneller abnehmen als die von *a*, so treten die Schwingungen von *a* in den späteren Perioden fast rein hervor. Durch den Versuch wurde gezeigt, daß es auf diese Weise möglich ist, die verschiedensten zusammengesetzten Schwingungen zu erhalten. Auch wird sich durch Veränderung in den Längen der beiden zuleitenden Schläuche bei harmonischen Schwingungen das Phasenverhältnis derselben abändern lassen.

Die oben beschriebenen Knallkurven stimmen also mit den Angaben jener Autoren überein, die den Knall als eine äußerst kurzdauernde Luftbewegung auffassen, die in der Hauptsache nur aus einer einzigen Schwingung besteht. Genauer würde man auf Grund der oben abgebildeten Kurven für die von mir benutzten Knalle sagen müssen, sie liefern Schwingungen mit so starkem Dekrement, daß bei geringer Intensität des Knalles und geringer Empfindlichkeit des Schallschreibers nur die erste bzw. die ersten zwei bis drei Schwingungen auf der Kurve sichtbar sind. Daß diese kurzen steilen Luftbewegungen jeden beliebigen Resonator erregen können, scheint bisher, wenn es auch mechanisch leicht verständlich ist (Schlag auf ein elastisches System), wenig beachtet worden zu sein. Nur bei Auerbach¹⁾ fand sich (p. 277) die Angabe: „Das Geräusch explodierender Knallgasblasen bringt z. B. immer eine ganze Serie von Saiten zum Mitschwingen, und

1) F. Auerbach, Akustik. Winkelmanns Handb. d. Phys. 2. p. 277. 1909.

zwar desto höhere, je kleiner die Blase war“. Streng genommen handelt es sich bei der von mir beschriebenen Erscheinung um ein kurzes Erklängen jedes beliebigen Resonators, nicht um eigentliche „Resonanz“, bei der die Schwingungen des Resonators zunächst anwachsen, sondern es nehmen, wie die Figg. 20 und 22 deutlich zeigen, die Amplituden der Resonatorschwingungen von *vornherein* ab. Die scheinbar zu starke Verkleinerung der Amplitude der zweiten und dritten Schwingung in Fig. 21 ist wohl nur darauf zu beziehen, daß sie mit der Knallschwingung interferiert.

Da die Luft in allen verwendeten Hohlräumen durch den Knall in Schwingung versetzt wurde, war zu erwarten, daß auch bei Annäherung des Ohres die Luft im äußeren Gehörgang ihren Eigenton, der bei c_4 — a_4 liegt, geben würde. In der Tat hört man (ich habe es an zwei musikalischen Personen nachgeprüft), wenn der Knall nahe dem Ohr erzeugt wird, einen hohen Ton, den beide auf nahezu d schätzten; doch waren sie nicht imstande, was ja mit am schwierigsten ist, die Oktave genauer anzugeben.

6. Die mit der Membran registrierten Vokalkurven.

Entsprechend der Schwingungszahl der Membran, die ja etwa bei 2000 liegt, ist zu erwarten, daß sie die Vokale a , o , u bei tiefer Stimmlage mit all ihren Einzelheiten wiederzugeben vermag; liegen doch, soweit bekannt ist, die bei jenen Lauten auftretenden Schwingungen weit unter jenem Wert. In Fig. 23, Taf. VIII ist ein sehr tief gesungenes „ a “ einer männlichen Stimme wiedergegeben. Bei so tiefen Tönen (die Schwingungszahl beträgt 95) sieht man oft, worauf schon Hermann hinwies (vgl. auch seine Kurvenbeispiele), sehr deutlich, daß zunächst bei Beginn jeder Stimmbandperiode raschere Schwingungen mit großer Amplitude einsetzen, daß dieselben aber mit starkem Dekrement behaftet sind und, noch ehe die neue Hauptperiode beginnt, völlig erlöschen. Solche Kurven sind, wie schon Hermann betont hat, ein guter Beweis dafür, daß die charakteristischen raschen Schwingungen (wir wollen sie der Kürze halber mit ihm als *Formantschwingungen* bezeichnen) keine höheren Teiltöne der von den Stimmbändern direkt erzeugten Grundschwingungen zu sein brauchen. Aus Gründen, deren Erörterung hier zu weit führen würde, lege ich bei der

Bestimmung der Schwingungsdauer der Formantschwingung der *a*-Kurve die erste große Schwingung *allein* zugrunde. Ihre Schwingungszahl beträgt in dem angeführten Beispiel 670, was mit der Formantlage für *a* nach Hermann (652—821) übereinstimmt.

Bei einem auf einem höheren Grundton gesungenen *a* ändert sich das Bild wesentlich, und es ist dann die ganze Stimmpériode von den besprochenen Formantschwingungen erfüllt. Ändert man die Tonhöhe, so bleibt, worauf ebenfalls schon Hermann hingewiesen hat, die Höhe der charakteristischen Schwingungen nahezu dieselbe. Es läßt sich dies an den Figg. 24, 25 u. 26, Taf. VIII sehr gut erkennen. Ein und dieselbe Altstimme hatte hier *a* auf einen Ton von 218, 268 und 372 Schwingungen gesungen. Während bei dem tiefsten Ton drei verschiedene Schwingungen und eine abortive Schwingung in jeder Stimmpériode sichtbar sind, treten bei dem mittleren Ton in jeder Stimmpériode drei und bei dem höchsten schließlich nur noch zwei *deutliche* Schwingungen auf. Mißt man hier wieder die erste Schwingung in der oben angegebenen Weise, so finden sich als Schwingungszahlen für die Formanten die Werte 913, 883 und 967. Der letzte Wert weist darauf hin, was auch nach meinen Erfahrungen im allgemeinen der Fall zu sein scheint, daß bei einem auf sehr hohem Ton gesungenen *a* die Formantschwingungen sich etwas erhöhen, wie es auch von anderen Autoren bemerkt wurde.

Ganz andere Kurvenformen geben die Vokale *o* und *u*, die in Figg. 27 u. 28, Taf. VIII von einer Männerstimme auf nahezu den gleichen Grundton 235 bzw. 239 gesungen wurden. Die Bilder stimmen ziemlich gut mit denen Hermanns¹⁾ überein, die er für dieselben, fast auf die gleiche Tonhöhe gesungenen Vokale ($c_1 = 256$ Schwingungen) abbildet. Bekanntlich sind *o* und *u* durch sehr tiefe Formanten bzw. durch Verstärkungsgebiete von Tönen niedriger Schwingungszahl ausgezeichnet. *o* würde nach Hermann²⁾ einen Formant von 576—640, *u* einen solchen von 512—576 Schwingungen besitzen. Pipping findet sogar für *o* ein Verstärkungsgebiet bei 384, für

1) L. Hermann, Pflügers Arch. f. Physiol. 47, Taf. X, Blatt 3 u. 5. 1890.

2) Die Werte sind der Tabelle aus Nagels Handb. d. Physiol. 4, p. 782. 1909 entnommen, wo sich die Resultate der verschiedenen Forscher zusammengestellt finden.

u bei 288—341 Schwingungen. Eine einfache Ausmessung der Länge der größeren (mit Tusche markierten) Teilschwingungen in Fig. 27 und 28 ergab ähnliche Werte, nämlich 406 bzw. 352 Schwingungen.

Während der Schallschreiber die bisher angeführten Vokale infolge seines hohen Eigentones genügend treu wiedergibt, ist von vornherein zu erwarten, daß er die Amplituden der Formanten des *e* und *i* nicht mehr in ihren richtigen Größenverhältnissen darstellt. Hat doch der Formant des *e* nach Hermann eine Schwingungszahl von 1953—2069, und der des *i* von 2323—3100.

In Fig. 29, Taf. VIII ist das auf den Grundton von 203 Schwingungen gesungene *e* einer Männerstimme wiedergegeben. Man sieht deutlich, daß während der *ganzen* Periode des Grundtones feine Zäckchen auftreten, und zwar fallen auf eine Periode des Grundtones 10, so daß ihre Schwingungszahl 2030 betragen würde. Da diese Formantschwingung im Gebiet des Grundtones der Membran liegt, so ist zu vermuten, daß die auffallende Größe der Formantschwingungen durch Resonanzwirkung mitbedingt ist. Außer den raschen Formantschwingungen ist, wie sehr häufig beim *e*, auch noch eine tiefere Schwingung im Klang mitenthalten, wie aus der Doppelgipfligkeit der Kurve hervorgeht. Sie ist auch bereits von Hermann bemerkt worden.

Ein von derselben Männerstimme auf den Grundton 185 gesungenes *i* ist in Fig. 30, Taf. VIII wiedergegeben. Auf den ersten Blick erscheint die Kurve hinsichtlich der Doppelgipfligkeit und dem Besatz mit feinen Zacken der Kurve des *e* sehr ähnlich. Bei genauerer Betrachtung erkennt man aber, daß die Zäckchen wesentlich näher beieinander liegen. Nach Auszählung kommen auf eine Grundtonperiode 14 Zacken, und das entspricht einer Schwingungszahl von 2590. Bei anderen Stimmen kann der *i*-Formant aber, soweit man sich hier auf die Membranregistrierung verlassen darf, noch wesentlich höher liegen. So zeigt Fig. 31 die Kurve eines *i*, das von einer anderen Männerstimme auf einen Ton von 242 Schwingungen gesungen, schätzungsweise ¹⁾ 16 Zacken auf eine Grundtonschwingung enthält. Die Schwingungszahl wäre demnach auf 3872 zu veranschlagen. Es ist das übrigens die einzige

1) Die Zacken folgen sich hier ziemlich unregelmäßig, so daß man an Interferenzen mehrerer Schwingungen denken muß.

Versuchsperson, in deren Stimmkurve sich beim *i* eine so hohe, 3000 wesentlich überschreitende Schwingungszahl für den Formanten ergab.

Zusammenfassung.

Bei dem von mir beschriebenen Schallschreiber werden die Luftschwingungen einer sehr kleinen, besonders geformten Seifenmembran zugeleitet, in deren Zentrum ein äußerst leichtes, magnetisch festgehaltenes Eisenstäubchen liegt. Die Membran führt ihre Schwingungen unter dem Objektiv eines Mikroskopes aus, wobei die Schwingungsebene des Eisenteilchens einen Winkel von 45° mit der Ebene des Objektisches bildet. Trotzdem wird, wie die beigegebenen Kurven zeigen, das Eisenteilchen auch bei ziemlich großen Exkursionen noch genügend scharf abgebildet. Nach den von O. Frank entwickelten Grundsätzen wurde versucht, die Konstanten der Membran zu bestimmen. Die Schwingungszahl derselben lag höher als bei den meisten anderen Schallschreibern: bei etwa 2000. Die Dämpfung der Membran war durch Anbringung einer sehr kleinen Luftkammer hinter derselben, wie eine Eichungskurve zeigte, bis zur Aperiodizität geführt worden. Auch die Empfindlichkeit wurde gemessen: um einen Millimeter Ausschlag bei 140facher Vergrößerung zu erzielen, war ein Wasserdruck von ca. 0,11 mm erforderlich. Die Empfindlichkeit war also, was bei der Kleinheit der Membran kaum zu vermeiden ist, ziemlich gering. Die Brauchbarkeit der Methode wurde durch eine Reihe Kurvenaufnahmen von Schallschwingungen erwiesen, die sich auf bekanntere physikalische und physiologische Vorgänge bezogen.¹⁾

Erklärung der Abbildungen auf Tafel VI—VIII.

Die Figuren sind sämtlich von rechts nach links zu lesen, mit Ausnahme von Fig. 14. Am Fuße der Figuren ist die Schwingung einer Zungenpfeife von 145 pro Sekunde mitverzeichnet. Bei mehreren Kurven gleicher Geschwindigkeit (Figg. 24 und 26) wurde die Zungenpfeifenschwingung nur an der unteren Kurve wiedergegeben.

Fig. 6. Eichung der Membran des Schallschreibers bei offener Kammer. Schwingungszahl 1975.

Fig. 7. Desgleichen nach Abschluß der Kammer. Die Membran zeigt beim Übergang in die Gleichgewichtslage nur feinste Zuckchen, deren Schwingungszahl etwa 6098 betragen würde.

1) Der beschriebene Schallschreiber wird von der mechanischen Werkstätte Schmittgall, Gießen, Neuenweg geliefert.

Fig. 8. Registrierung des Klanges zweier Stimmgabeln von 128 und 384 Schwingungen.

Fig. 9. Schwingung der tieferen Gabel allein registriert.

Figg. 10—12. Registrierung des Klanges einer offenen Orgelpfeife von 120 Schwingungen bei schwachem, mittelstarkem und starkem Anblasen.

Fig. 13. Schwebungen zweier Glaspfeifen. Die Schwingungszahl der höheren betrug 2694.

Fig. 14. Kurve des Konsonanten *r*. Grundton 135. Es folgen sich 13,5 plötzliche Intensitätssteigerungen pro Sek. (von links nach rechts zu lesen).

Fig. 15. Klang einer Galtonpfeife von 8555 Schwingungen. Die Originalkurve ist hier 5,3fach vergrößert.

Fig. 16. Knall beim Überspringen des Funkens einer kleinen Influenzmaschine. Funkenstrecke 1 cm. Der Funke war 7,5 cm von der Membran entfernt.

Fig. 17. Knall beim Überspringen des Funkens eines großen Induktoriums. Die Pole der sekundären Spirale sind mit zwei ganz kleinen Leydener Flaschen verbunden.

Fig. 18. Desgl.; aber bei Verbindung der Pole der sekundären Spirale mit zwei großen Leydener Flaschen. Größere Funkendistanz von 35 cm.

Fig. 19. Im Text p. 297. Heftiger Knall beim Überspringen des Funkens am Induktorium in 0,48 m Entfernung. Originalkurve, auf ca. das Dreifache vergrößert, läßt andeutungsweise sehr frequente Schwingungen von etwa 16000 erkennen. Da sich in kurzem Intervall zwei Funken folgten, sieht man zwei Reihen derartiger Schwingungen auftreten. Der Abstand der Schwingungen ist zur besseren Verdeutlichung am oberen Rand durch Tusche markiert.

Fig. 20. Schwingungen eines Resonators durch Knall eines Induktionsfunkens vor der Öffnung hervorgerufen. Schwingungszahl 432.

Fig. 21. Desgleichen bei kleinerem Resonator. Schwingungszahl 1124.

Fig. 22. Schwingungen zweier Resonatoren von 345 und 1124 Schwingungen gleichzeitig durch Funkenknall hervorgerufen. Man sieht, wie die Schwingungen des kleinen Resonators rascher gedämpft werden.

Fig. 23. A einer Männerstimme auf den Ton 95 gesungen. Die rasch gedämpfte „Teilschwingung“ hat die Schwingungszahl 670.

Fig. 24—26. Vokal *a* ein und derselben Altstimme auf den Grundton 218, 268 und 372 Schwingungen gesungen. Mit der Erhöhung des Grundtones nimmt die Zahl der Teilschwingungen jeder Periode ab. Ihre Länge bleibt, nach der ersten Schwingung gemessen, nahezu die gleiche.

Fig. 27. Vokal *o* von einer Männerstimme auf den Grundton 235 gesungen.

Fig. 28. Desgleichen Vokal *u* auf den Grundton 239 gesungen.

Fig. 29. Desgleichen Vokal *e* auf den Grundton 203 gesungen. Formant gleich 2030.

Fig. 30. Desgleichen Vokal *i* auf den Grundton 185 gesungen. Formant 2590. (Die Doppelgipfligkeit ist beim *i* durchaus nicht die Regel.)

Fig. 31. Vokal *i* von einer anderen Männerstimme auf den Grundton 242 gesungen. Schwingungszahl des Formanten ist auf 3872 zu veranschlagen.

(Eingegangen 23. Juli 1915.)

**2. Über den Zusammenhang der dielektrischen
Effektverluste von Kondensatoren
mit den Anomalien der Ladung und der Leitung;
von Franz Tank.**

(Zürcher Dissertation.)

Einleitung.

Seit Siemens¹⁾ 1864 nachwies, daß in Kondensatoren, die einem elektrischen Wechselfeld ausgesetzt sind, Energieverluste auftreten, die sich in einer Erwärmung des Dielektrikums äußern, sind diese Verluste Gegenstand zahlreicher Untersuchungen²⁾ gewesen. Sie beanspruchen heute insbesondere das praktische Interesse der Technik, da sie sich bei den hohen Spannungen der Starkstromtechnik³⁾ und den hohen Frequenzen der Hochfrequenztechnik⁴⁾ deutlich fühlbar machen.

Man war früher geneigt, in der „Siemenswärme“ ein direktes Analogon zur magnetischen Hysteresiswärme zu sehen.⁵⁾ Nach anderen Auffassungen wurde sie als Joulesche Wärme interpretiert, bedingt durch eine gewisse Leitfähigkeit des Dielektrikums.⁶⁾ Spätere Untersuchungen suchten sie mit den allgemeinen dielektrischen Nachwirkungserscheinungen, die auch Nachladung, Rückstand usw. bedingen, in Zusammenhang zu bringen. E. v. Schweidler vergleicht in seinen „Studien über die Anomalien im Verhalten der

1) W. Siemens, Pogg. Ann. 125. p. 137. 1864.

2) Literatur vor 1907 vgl. das Literaturverzeichnis in E. v. Schweidler, Ann. d. Phys. 24. p. 767. 1907.

3) Vgl. z. B. M. Höchstädter, Elektrotechn. Zeitschr. p. 467. 1910.

4) Vgl. z. B. W. Hahnemann u. L. Adelman, Elektrotechn. Zeitschr. p. 988 u. 1010. 1907.

5) Vgl. z. B. A. Kleiner, Wied. Ann. 50. p. 138. 1893.

6) G. Benischke, Wiener Sitzungsber. 1893; Porter u. Morris, Proc. Roy. Soc. 57. 1895.

Dielektrika“¹⁾ diese verschiedenen Erklärungsmöglichkeiten ausführlich. Ausgehend von den statischen dielektrischen Nachwirkungserscheinungen gelangt er durch weitere Fassung der Ansätze von H. Pellat²⁾ und J. Hopkinson³⁾ zu einer Theorie der Dielektriken, in der sich alle Erscheinungen anomalen Verhaltens zusammenfassen lassen. Diese Theorie ist von K. W. Wagner⁴⁾ in engster Anlehnung an die Wiechertsche Theorie der elastischen Nachwirkung⁵⁾ ausgebaut worden und vermag die experimentellen Ergebnisse der verschiedenen Beobachter⁶⁾ befriedigend darzustellen.

Es läßt sich auf rein experimenteller Grundlage leicht zeigen, daß ein sogenanntes unvollkommenes Dielektikum, als welches stets ein mit Nachwirkung behaftetes Dielektikum bezeichnet werden soll, im elektrischen Wechselfelde Energieverluste aufweisen muß, deren Berechnung bei Kenntnis einer gewissen Nachwirkungsfunktion möglich ist. Die Wagnersche Theorie gibt für diese einen Ansatz, der von Wiechert übernommen ist. Man kann aber auch, nach einem Vorschlage E. v. Schweidlers, sie experimentell aus den Anomalien der Ladung, d. h. dem zeitlichen Verlauf von Nachladung und Rückstandsbildung, bestimmen. Da die meisten Dielektriken eine gewisse Leitfähigkeit besitzen, werden zu diesen Verlusten noch Verluste durch Leitung hinzutreten. Diese befolgt im allgemeinen das Ohmsche Gesetz nicht und es wird einer besonderen Untersuchung ihrer Eigenschaften bedürfen, um ihren Anteil am Gesamtverlust festzustellen. Drittens läßt sich nicht von vornherein entscheiden, ob im Wechselfelde nicht noch zusätzliche Energieverluste vorkommen, die sich weder aus der Betrachtung der Nachwirkung noch der Leitung ergeben.

Es soll daher der Zweck der vorliegenden Arbeit sein,

1) E. v. Schweidler, Ann. d. Phys. **24**. p. 767. 1907.

2) H. Pellat, Compt. rend. **128**. p. 1312. 1899; Ann. chim. phys. (7) **18**. p. 150. 1899; Journ. de Phys. (3) **9**. p. 313. 1900.

3) J. Hopkinson, Phil. Trans. **166**. p. 489. 1876; **167**. p. 599. 1877/78; Phil. Mag. (5) **2**. p. 314. 1876.

4) K. W. Wagner, Ann. d. Phys. **40**. p. 817. 1913; auch Arch. f. Elektrotechn. **2**. p. 372. 1914; **3**. p. 67. 1914.

5) E. Wiechert, Inaug.-Diss. Königsberg 1889; Wied. Ann. **50**. p. 546. 1893.

6) Vgl. K. W. Wagner, l. c.

auf experimentellem Wege durch Untersuchung der Anomalien der Ladung und der Leitung, die Beiträge von Nachwirkung und Leitung zum Gesamtverlust gesondert zu bestimmen. Ferner soll letzterer direkt gemessen werden. Ein Vergleich wird dann zeigen, wie sich die einzelnen Anteile zu diesem verhalten und ob Schlüsse auf seine Natur möglich sind.

I. Theoretische Grundlagen.

1. Die Anomalien der Ladung.

Wird ein Kondensator durch einen induktionsfreien Widerstand mit einer Stromquelle von der konstanten elektromotorischen Kraft E verbunden, so erfolgt zunächst eine „normale Ladung“, bei der die Stromstärke, bei einem endlichen Werte beginnend, exponentiell auf Null abklingt. Besitzt das Dielektrikum nicht ideale Eigenschaften, ist es leitend und rückstandbildend, so überlagert sich diesem „normalen Ladungsstrom“ ein „normaler Leitungsstrom“, bestimmt durch die Leitfähigkeit und die geometrischen Abmessungen des Kondensators, und weiter ein „anomaler Ladungsstrom“ oder „Nachladungsstrom“. Ähnlich wie der normale Ladungsstrom nähert er sich mit der Zeit dem Werte Null, jedoch viel langsamer, so daß er meist viele Minuten nach erfolgter normaler Ladung noch nachweisbar ist.

Für den Nachladungsstrom wurden experimentell folgende Gesetzmäßigkeiten gefunden¹⁾:

a) Er ist proportional der Kapazität C des Kondensators und proportional der Potentialdifferenz E der Belegungen. Er muß sich also ausdrücken lassen durch eine Gleichung

$$(1) \quad i = E \cdot C \cdot \varphi(t),$$

wo $\varphi(t)$ eine Funktion der Zeit ist, die außerdem für das Dielektrikum charakteristische Konstanten enthält. Diese Konstanten sind als Konstanten der dielektrischen Nachwirkung anzusehen.

b) Er befolgt das Superpositionsprinzip, d. h. ändert man zur Zeit (δ) die Spannung E um den Betrag E , so ergibt

1) J. Hopkinson, l. c.; J. Curie, Ann. chim. phys. (6) 18. p. 203. 1889.

sich ein Strom, der aus der Übereinanderlagerung des ursprünglichen Stromes

$$i = E \cdot C \cdot \varphi(t)$$

und des der Änderung ΔE entsprechenden Stromes

$$\Delta i = \Delta E \cdot C \cdot \varphi(t - \delta)$$

resultiert. Ist die Spannungsdifferenz eine stetige, aber sonst beliebige Funktion von

$$E = E(\delta),$$

so verallgemeinert sich der obige Ausdruck zu

$$(2) \quad i = C \int_{-\infty}^t \frac{dE(\delta)}{d\delta} \varphi(t - \delta) d\delta,$$

oder wenn man $t - \delta = u$ setzt:

$$i = -C \int_0^{\infty} \frac{dE(t-u)}{du} \varphi(u) du.$$

Es ist u die Integrationsvariable und t als ein fixierter Zeitmoment zu denken.

Aus dieser Formel läßt sich u. a. berechnen, daß der Strom, der nach vorausgegangener sehr langer Ladung der „normalen“ Entladung des Kondensators folgt, der sogenannte „Rückstandsstrom“ i' dem Nachladungsstrom i entgegengesetzt gleich ist:

$$i = -i',$$

welche Beziehung u. a. durch E. v. Schweidler¹⁾ und besonders genau durch K. W. Wagner²⁾ geprüft und bestätigt worden ist. Man kann sich daher vorstellen, daß die durch den Nachladungsstrom zugeführte Elektrizitätsmenge im Kondensator aufgespeichert wird und nachher im Rückstandsstrom wieder frei wird. Die Rückstandsladung bei der Ladezeit T ist dann

$$R = \int_0^T i dt,$$

1) E. v. Schweidler, l. c. p. 753.

2) K. W. Wagner, l. c. p. 844.

oder insbesondere bei Ladung durch eine konstante elektromotorische Kraft E :

$$R = EC \int_0^T q(t) dt.$$

Ihr entspricht eine scheinbare Kapazitätsvergrößerung vom Betrage:

$$\Delta C = \frac{R}{E}.$$

Da ein Kondensator mit unvollkommenem Dielektrikum stets eine von der Ladezeit und der Vorgeschichte abhängige Kapazität aufweisen wird, ist es zweckmäßig, die von Nachwirkung freie, d. h. auf sehr kurze Ladezeit reduzierte Kapazität einzuführen. Sie sei im folgenden mit C_0 bezeichnet; H. L. Curtis¹⁾ nennt sie die geometrische Kapazität.

2. Die Darstellung des Nachladungsstromes durch die v. Schweidler-Wagnersche Theorie der dielektrischen Nachwirkung.

Der Verlauf des Nachladungsstromes bei Ladung eines Kondensators durch eine konstante elektromotorische Kraft wurde von älteren Beobachtern²⁾ durch direkte galvanometrische Messung übereinstimmend gefunden zu:

$$i = EC_0 \beta t^{-n} \quad 0 < n < 1;$$

daher die Funktion $q(t)$, die das anomale Verhalten des Dielektrikums charakterisiert:

$$q(t) = \beta t^{-n}$$

mit zwei Materialkonstanten β und n , wobei n stets Werte zwischen Null und Eins besaß. Schon E. v. Schweidler³⁾ weist darauf hin, daß diese Formel nur als gute Näherung innerhalb eines beschränkten Gültigkeitsbereiches aufzufassen ist. Sowohl für kleine als für sehr große Zeiten ergeben sich physikalisch unwahrscheinliche Konsequenzen: für $t = 0$ wird der Nachladungs- bzw. Rückladungsstrom, für $t = \infty$ die Rückstandsladung unendlich groß.

1) H. L. Curtis, Bull. of Stand. Washington 6, p. 471. 1910.

2) Vgl. z. B. R. Kohlrausch, Pogg. Ann. 91, p. 56. 1854; W. Giese, Wied. Ann. 9, p. 161. 1880; J. Hopkinson, l. c.; J. Curie, l. c.

3) E. v. Schweidler, l. c. p. 715 u. 745.

Diese Schwierigkeiten vermeidet der Ansatz von H. Pellat¹⁾, der dem Nachladungsstrom exponentiellen Verlauf zuschreibt. Pellat setzt:

$$\varphi(t) = \beta e^{-\frac{t}{T}} = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}},$$

$$i = EC_0 \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}}.$$

Er faßt den Nachladungsstrom als einen Verschiebungsstrom im Dielektrikum auf, herrührend von einer Verschiebung

$$\vartheta' = -\vartheta_0 k e^{-\frac{t}{T}}.$$

ϑ_0 soll die Verschiebung sein, die bei gleichem elektrischen Feld der Kapazität C_0 zukäme. K. W. Wagner nennt sie Ausgleichsverschiebung, E. v. Schweidler²⁾ spricht von viskoser Verschiebung. Sie ist die Differenz des momentanen Wertes und des nach sehr langer Zeit erreichten Endwertes der Verschiebung ϑ :

$$\vartheta' = \vartheta - \vartheta_\infty.$$

Da diese Formulierung der Erfahrung nicht genügt, erweiterte sie E. v. Schweidler dadurch, daß er eine Zahl von Ausgleichsverschiebungen als unabhängig nebeneinander bestehend annahm, also den einfachen Pellatschen Ausdruck durch eine Summe ersetzte:

$$(3) \quad \vartheta' = -\vartheta_0 \sum_n k_n e^{-\frac{t}{T_n}} = -\vartheta_0 \psi(t);$$

$$(3') \quad \sum_n k_n e^{-\frac{t}{T_n}} = \psi(t).$$

Diese Gleichung läßt eine molekularphysikalische Deutung zu, wenn man annimmt, daß in einem Nachwirkung zeigenden Dielektrikum Elektronen, Ionen oder Ionenkomplexe vorhanden sind, die nicht, wie die „Polarisationselektronen“, Eigenschwingungen von bestimmter Dauer und Dämpfung ausführen, sondern deren Bewegung aperiodisch verzögert ist. Unter dem Einfluß eines konstanten elektrischen Feldes nähern sie sich ihrer neuen Gleichgewichtslage mit einer Geschwindig-

1) H. Pellat, l. c.

2) E. v. Schweidler, l. c. p. 742.

keit, die proportional ist zu $e^{-\frac{t}{T}}$. Die Annahme verschiedener Zeitkonstanten T_n und verschiedener Verhältniskonstanten k_n kommt so der Annahme verschiedener Gattungen dieser Ionen gleich.

Es ist nahe gelegt, diese Betrachtung auf sehr viele Ionen mit ganz verschiedenen T_n und k_n auszudehnen, also obige Summe in ein Integral übergehen zu lassen:

$$\varphi' = - \varphi_0 \int_0^{\infty} k(T) e^{-\frac{t}{T}} dt; \quad \psi(t) = \int_0^{\infty} k(T) e^{-\frac{t}{T}} dt$$

und den einzelnen Gliedern ein gewisses Wahrscheinlichkeitsgewicht beizulegen. Dieser Gedanke, durch E. v. Schweidler vorbereitet¹⁾, ist von K. W. Wagner²⁾ durchgeführt worden. Der unmittelbare Anschluß, der sich dabei an Wiecherts Theorie³⁾ der elastischen Nachwirkung ergibt, läßt die Möglichkeit vermuten, die dielektrische Nachwirkung einem Gebiet der allgemeinen Nachwirkungserscheinungen einzuordnen.

Bezüglich der näheren Ausführung auf die zitierten wichtigen Arbeiten verweisend, sei hier kurz zusammengefaßt:

$k(T)$ ist, wie dies schon aus der Schreibweise hervorgeht, als Funktion des jeweiligen Wertes T der Zeitkonstanten aufzufassen. Man kann sie die „Verteilungsfunktion“ der Zeitkonstanten nennen. Unter einfachen Voraussetzungen gibt die Wahrscheinlichkeitsrechnung dafür den Ausdruck

$$(4) \quad k(T) dT = \frac{kb}{\sqrt{\pi}} e^{-b^2 z^2} dz,$$

wobei:

$$(4') \quad z = \log \operatorname{nat} \frac{T}{T_0}.$$

Damit ist gesagt, daß die Logarithmen der Zeitkonstanten sich um einen wahrscheinlichsten Wert $\log \operatorname{nat} T_0$ gruppieren sollen, und zwar um so dichter, je größer die Konstante b ist. Gleichungen (3) und (3') gehen dann über in

1) E. v. Schweidler, l. c. p. 748.

2) K. W. Wagner, l. c.

3) E. Wiechert, l. c.

$$(5) \quad \vartheta' = - \vartheta_0 \frac{k b}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-b^2 z^2 - \frac{t}{T} e^{-z^2}} dz,$$

$$(5') \quad \psi(t) = \frac{k b}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-b^2 z^2 - \frac{t}{T} e^{-z^2}} dz$$

und für den Nachladestrom erhält man

$$(6) \quad i = - E C_0 \frac{d\psi}{dt},$$

$$(6') \quad i = - E C_0 \frac{k b}{T_0 \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-b^2 z^2 - z - \frac{t}{T_0} e^{-z^2}} dz.$$

Dieses Integral läßt sich für kleine Werte von b durch den bequemeren Näherungsausdruck ersetzen:

$$i = - E C_0 \frac{k b}{T_0 \sqrt{\pi}} \cdot \frac{T_0}{t} e^{-\left(b \log \text{nat} \frac{t}{T_0}\right)^2},$$

woraus durch logarithmieren unmittelbar hervorgeht

$$(6'') \quad \log i = \text{konst} - \log \frac{t}{T_0} - \frac{b^2}{\log e} \left(\log \frac{t}{T_0} \right)^2.$$

Im logarithmischen Koordinatensystem stellt diese Gleichung eine Parabel dar. Begrenzte Stücke von ihr können in der Umgebung des Zeitpunktes $t = \tau$ durch eine Gerade ersetzt werden, deren Form dann lautet:

$$(7) \quad \log i = \text{konst} - \left(1 + 2 b^2 \log \text{nat} \frac{\tau}{T_0} \right) \log t.$$

Dies ergibt einen Stromverlauf, der identisch wird mit dem empirisch bestimmten

$$i = B t^{-n}$$

oder

$$(7') \quad \log i = \text{konst} - n \log t \quad 0 < n < 1.$$

Dadurch ist letztere Formel als bloße empirische Näherungsformel erklärt. Der relativ große Gültigkeitsbereich beweist aber, daß bei den meisten Dielektriken kleines b , also ein breites Gebiet weit auseinanderliegender Zeitkonstanten T anzunehmen ist. Der Nachweis, daß dieser Gültigkeitsbereich sich auch auf sehr kleine Zeiten ausdehnt, wird für uns be-

sondere Bedeutung haben, weil dann eine bequeme genäherte Berechnung der Energieverluste im elektrischen Wechselfeld möglich sein wird.

3. Die Berechnung der dielektrischen Wechselstromverluste aus dem Verlauf des Nachladungsstromes.

Während der Strom eines idealen Kondensators bei sinusförmiger Spannung $E = E_0 \sin(\omega t)$ gegeben ist durch

$$J_0 = \omega C_0 E_0 \cos(\omega t)$$

verursachen Effektverluste eine Phasenverschiebung und eine scheinbare Änderung der Kapazität, so daß der Strom in der Form geschrieben werden muß:

$$J = \omega C_0 E_0 \{a \cos \omega + b \sin \omega t\}.$$

Er läßt sich also, entsprechend der bekannten Darstellung eines Verluste aufweisenden Kondensators durch eine ideale Kapazität mit parallel geschaltetem Widerstand, in zwei Komponenten zerlegen; aus der einen Komponente läßt sich die „scheinbare Kapazität“ $a C_0$, aus der anderen der „scheinbare Leitwert“ $\omega C_0 b$ ansehen. Für den Effektverlust folgt:

$$Q = \frac{1}{2} \omega C_0 E_0^2 b.$$

Es ist nun ohne weiteres anschaulich, daß bei einem Kondensator, der dielektrische Nachwirkung zeigt, bei dem also die Ladung immer erst allmählich ihren vollen Betrag erreicht, ein Zurückbleiben der Ladung hinter der Spannung und somit eine Phasenverschiebung auftreten muß. Dies bedingt das Zustandekommen einer Art von „Hysteresisschleifen“, über die in der Tat zahlreiche Beobachtungen vorliegen.¹⁾ Daß diese Schleifen bei Glas und imprägnierten Papieren besonders ausgeprägt sind (C. Lomsché, H. Nussbaumer), wird durch unsere noch mitzuteilenden Versuchsergebnisse eine Erklärung und Bestätigung finden. Die Be-

1) Janet, Journ. de phys. (3) 2. 1893; Beaulard, Ann. Univ. Grenoble 18. 1900; Journ. de phys. (3) 9. 1900; Eisler, Elektrotechn. Zeitschr. Juni 1895; Mercanton, Thèse Lausanne 1902; C. Lomsché, Diss. Zürich 1903; H. Nussbaumer, Diss. Zürich 1907; M. Höchstädter, Elektrotechn. Zeitschr., Mai und Juni 1910.

rechnung der Stromstärke und des Effektverlustes kann auf Grund der allgemeinen Gleichung (2') geschehen. Sie lautet:

$$i = -C_0 \int_0^{\infty} \frac{dE(t-u)}{du} \varphi(u) du.$$

Ist $E = E_0 \sin \omega t$, so ist $E(t-u) = E_0 \sin [\omega(t-u)]$, und es wird:

$$(8) \quad i = \omega C_0 E_0 \{ A \cos \omega t + B \sin \omega t \},$$

wobei

$$(9) \quad \begin{cases} A = \int_0^{\infty} \varphi(u) \cos(\omega u) du, \\ B = \int_0^{\infty} \varphi(u) \sin(\omega u) du. \end{cases}$$

Der Gesamtstrom im Kondensator setzt sich daher zusammen aus:

- a) dem „normalen Strom“ $J_0 = \omega C_0 E_0 \cos \omega t$;
- b) dem Nachwirkungsstrom i [Gleichung (8)];
- c) dem „normalen Leitungsstrom“, der, konstante Leitfähigkeit vorausgesetzt, einem „Gleichstromwiderstand“ W entspricht und geschrieben werden kann:

$$j = \frac{E}{W} \sin \omega t.$$

So ergibt sich

$$J = J_0 + i + j.$$

$$(10) \quad J = \omega C_0 E_0 \left\{ (1 + A) \cos \omega t + \left(\frac{1}{\omega C_0 W} + B \right) \sin \omega t \right\}$$

und für die scheinbare Kapazität:

$$(11) \quad C = C_0 (1 + A),$$

und für den Effektverlust:

$$(12) \quad Q = \frac{1}{2} \omega C_0 E_0^2 \left\{ \frac{1}{\omega C_0 W} + B \right\}.$$

Die Integrale A und B , die die Kapazitätsänderung sowie den Verlust in Abhängigkeit von der Frequenz des Wechselstromes bestimmen und den Zusammenhang mit den dielektrischen Nachwirkungserscheinungen statischer Natur quantitativ vermitteln, lassen sich auswerten, sobald die Funktion

$\varphi(u)$ bekannt ist. Für $\varphi(u) = \beta u^{-n}$, $0 < n < 1$, hat E. v. Schweidler¹⁾ diese Rechnung durchgeführt. Man erhält:

$$(9) \quad \begin{cases} A = (\omega)^{n-1} \cdot \beta \cdot \Gamma(1-n) \cos \left\{ \frac{(1-n)\pi}{2} \right\} \\ B = (\omega)^{n-1} \cdot \beta \cdot \frac{\pi}{2 \Gamma(n) \cos \frac{(1-n)\pi}{2}} \end{cases}$$

Γ ist das bekannte Eulersche Integral. Ist noch der Isolierwiderstand ermittelt, so ist Gleichung (12) die Beziehung, nach der der Anteil der dielektrischen Nachwirkung und der Leitfähigkeit an den Wechselstromeffektverlusten berechnet werden kann. Durch Vergleich mit den direkt gemessenen Verlusten wird sich die Größe dieses Anteiles feststellen lassen.

Man kann nun empirisch, ohne weitere Voraussetzungen, die Größen A und B erhalten, wenn es gelingt, den Verlauf des Nachladungsstromes für sehr kleine Zeiten, die mit der Periodendauer der Wechselströme vergleichbar sind, aufzunehmen.

Denn für den Nachladungsstrom gilt ja nach Gleichung (1):

$$i = E C_0 \varphi(t);$$

er enthält also unmittelbar die Funktion φ . Von dieser weiß man daher, daß sie für kleine Argumentwerte sehr groß wird und mit wachsendem Argument rasch abnimmt und sich sehr kleinen Werten nähert. Ist $\varphi(t)$ für kleine Argumente experimentell festgelegt und durch eine Näherungsgleichung dargestellt, so werden sich durch Einsetzen in die Ausdrücke (9) A und B näherungsweise bestimmen lassen. Das Beobachtungsintervall ist dem verlangten Grad der Genauigkeit entsprechend zu wählen; das Verfahren wird nur für solche Dielektrika zum Ziele führen können, deren Nachladungsstrom bei wirklich großen Werten beginnt und rasch abfällt, also für solche, die in kurzer Zeit beträchtliche Rückstandsladung bilden.

Die Einsetzung des Wertes

$$\varphi(u) = \beta u^{-n}; \quad 0 < n < 1,$$

1) E. v. Schweidler, l. c. p. 723.

wie er aus dem Verlauf des Nachladungsstromes

$$i = E C_0 \beta t^{-n}; \quad 0 < n < 1$$

nach den experimentellen Bestimmungen von Kohlrausch, Giese, Hopkinson, Curie, v. Schweidler u. a. folgt, ist daher einigermaßen bedenklich, weil diese Messungen sich in einem Zeitintervall von $t = 10$ Sek. bis einigen Stunden bewegen, über kleine Zeiten also nichts aussagen. Der einzige Versuch, der mir bekannt ist, aus dem Verlauf des Nachladungsstromes die dielektrischen Verluste zu bestimmen und mit direkten Wechselstrommessungen zu vergleichen, ist die Arbeit von H. Jordan.¹⁾

H. Jordan gelang es, durch eine verbesserte Methode mit dem ballistischen Galvanometer die Untersuchung auf $0,13 < t < 1,3$ Sek. auszudehnen. Er findet, daß die Kurven des Nachladungsstromes ungefähr logarithmisch verlaufen, daß sich aber „auch nicht schätzungsweise ein Anfangswert für $t = 0$ angeben läßt, ebensowenig ein endlicher Grenzwert für $t = \infty$. Hierdurch sind einerseits die Extrapolationen für die kleinen Zeiten von der Größenordnung der Periode der Wechselströme unsicher; andererseits ist keine Andeutung vorhanden, daß ein endlicher Grenzwert entsprechend der normalen Leitfähigkeit erreicht wird“. Doch kommt er zu dem Resultat, „daß an Hand der Theorie E. v. Schweidlers für ein und dasselbe Dielektrikum der Zusammenhang zwischen den so sehr verschiedenen wirksamen Leitwerten (oder Isolationswiderständen) bei Messungen mit Wechselstrom der praktisch in Frage kommenden Frequenzen und mit ‚Gleichstrom‘ gezeigt ist, und daß es möglich ist, aus diesen wenigstens näherungsweise zu extrapolieren auf die Wechselstromleitwerte für nicht zu große Frequenzen“.

Ich stellte mir daher die Aufgabe, diesen Gedankengang mit anderen Methoden zu verfolgen, um so einen Einblick in die Natur der dielektrischen Effektverluste zu erhalten. Ich bestimmte mit dem Helmholtzschen Pendel den Verlauf des Nachladungsstromes für möglichst kleine Zeiten und maß den Isolierwiderstand des Dielektrikums gegen Gleichstrom. Nach dem angedeuteten Verfahren ergab dann Gleichung (12) den notwendigen Anteil von dielektrischer Nach-

1) H. Jordan, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 14, p. 451. 1912.

wirkung und Leitfähigkeit an den Wechselstromverlusten. Diese wurden mit Hilfe eines Elektrodynamometers bei einer der verwendeten Gleichstromspannung gleichen Effektivspannung gemessen. Man erhielt so auf vollständig verschiedenen Wegen zwei Resultate für den Effektverlust, die zu vergleichen waren.

II. Beschreibung der Versuche.

1. Die Bestimmung des Nachladungsstromes mit dem Helmholtzschen Pendel.

a) Das Helmholtzsche Pendel.

Wie am Schluß des vorigen Abschnittes ausgeführt, ist es entscheidend, den Verlauf des Nachladungsstromes für kleine Zeiten zu kennen. Während für diesen Zweck die galvanometrischen Methoden versagen, erweist sich die Verwendung des Helmholtzschen Pendelunterbrechers als geeignet.

Ich konnte ein Pendel in einer von Prof. Dr. A. Kleiner konstruierten Form benutzen. Da das Instrument wiederholt beschrieben worden ist¹⁾, erübrigt wohl eine nähere Darstellung. Das eigentliche Pendelstück besitzt die Form eines Kreisquadranten, durch dessen rechtwinklige Ecke die Drehachse geht, und längs dessen Bogen auf beiden Seiten Schlagstifte verschiebbar sind; ihre Stellung kann an einer Gradteilung abgelesen werden. Es wird so fixiert, daß sein Schwerpunkt mit der Drehachse in einer Horizontalebene liegt; beim Aufheben der Fixierung, was durch Auslösung vermittelt einer Schnur vom Platze des Beobachters aus geschehen kann, fällt es, und die Stifte schlagen zwei Kontakthebel nacheinander weg. Von letzteren ist die Lage des einen fest; der andere kann auf einem Schlitten mit einer Mikrometerschraube verschoben werden. Das Zeitintervall, das zwischen dem Wegschlagen des ersten und des zweiten Kontakthebels liegt, kann also auf zweierlei Weise reguliert werden: für größere Intervalle durch Einstellung der Schlagstifte, für kleinere Intervalle mit der Mikrometerschraube.

Durch die Bestimmung der Ladekurve eines Kondensators, dem ein induktionsfreier Widerstand und eine konstante

1) Vgl. z. B. G. Eichhorn, Inaug.-Diss. Zürich 1901.

elektromotorische Kraft vorgeschaltet sind, wurde die Eichung des Pendels vorgenommen.¹⁾ Gute Präzisionskondensatoren laden sich sehr genau nach der theoretisch verlangten Formel auf. Es ist empfehlenswert, nur den Beginn der Ladung zur Messung zu benutzen; die Ladung verläuft dann merklich linear und kann für alle Einstellungen gleich genau bestimmt werden; sollte der Kondensator nicht nachwirkungsfrei sein, so überwiegt dann auch der „normale Ladungsstrom“ den „Nachladungsstrom“ noch vollständig.

Die Mittel aus je sechs Meßreihen, ausgeführt mit verschiedenen Kapazitäten, Widerständen und elektromotorischen Kräften ergaben:

a) Mikrometerschraube:

1 Trommelteil = $0,00500 \text{ mm} = (1,641 \pm 0,005) \cdot 10^{-6} \text{ Sek.}$

b) Pendelquadrant:

Winkeldistanz der Schlagstifte	Zeitwert t
1°	0,00233 Sek.
2	0,00467
10	0,02347
20	0,04695
30	0,07045
40	0,08252
60	0,1440
90	0,2265

Die Meßgenauigkeit beträgt etwa $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ Proz.

b) Die Meßanordnung.

Die Versuchsanordnung zur Bestimmung des Nachladestromes ist in beistehender Zeichnung skizziert, der auch eine Tabelle der Bezeichnungen und Maße beigegeben ist.

Der Grundgedanke ist der, daß an den Versuchskondensator C die Spannung E verschieden lang dauernde Zeit angelegt wird. Der Widerstand W wird so bemessen, daß die „normale Ladungszeit“ des Kondensators gegen diese Zeit meist klein ist, so daß man den Kondensator während des Versuches als unter konstanter Spannung stehend betrachten kann. Man mißt die Elektrizitätsmenge, die durch die Zuleitung hindurchgeströmt ist, dadurch, daß man sie auf einen

1) Vgl. z. B. C. Lomsché, Inaug.-Diss. Zürich 1903.

Hilfskondensator G großer Kapazität ansammelt und am Quadrantelektrometer dessen Potential ermittelt.

Schaltungsschema I.

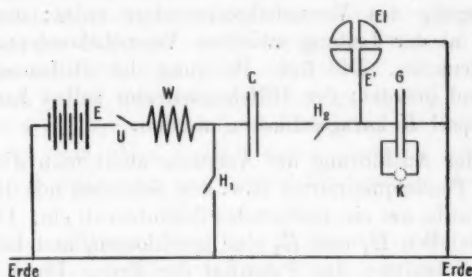


Fig. 1.

Bezeichnungen:

- C Versuchskondensator,
 G Hilfskondensator.
 E EMK. (Batterie),
 E' das zu messende Potential an G ,
 W Widerstand,
 EI Quadrantelektrometer,
 H_1 } Kontakthebel,
 H_2 }
 K Kurzschlußstöpsel,
 U Unterbrecher.

Größenordnung:

- 0,001 bis 0,004 MF.
 0,3 „ 1,0 „
 100 Volt
 0,1 bis 0,5 V
 $10^4 \Omega$

Sie besteht:

- a) aus der „normalen“ Ladung;
- b) aus der gebildeten Rückstandsladung;
- c) aus der Elektrizitätsmenge, die infolge Leitung durch C hindurchgegangen ist.

Extrapolation auf ganz kurze Ladezeit liefert die „normale“, von Rückstand und Leitungseinflüssen freie Ladung, also auch die Kapazität C_0 ; Differentiation nach der Zeit die Stromstärke in jedem Zeitmoment. Ist der Anteil stationärer Leitfähigkeit am Strome bekannt, so ist es auf diese Weise möglich, den Nachladungsstrom als Funktion der Zeit zu finden.

Das Schaltungsschema möge kurz erläutert werden: Der Versuchskondensator C und der viel größere Hilfskondensator G sind hintereinander geschaltet und stehen durch den

Widerstand W mit dem einen Pol einer Hochspannungsbatterie (Akkumulatoren, 100 Volt) in Verbindung. Der andere Pol der Batterie liegt an Erde. H_1 , der erste Kontakthebel des Helmholtzpendels, befindet sich in der Leitung, die die eine Belegung des Versuchskondensators erdet; der zweite, H_2 , liegt in der Leitung zwischen Versuchskondensator und Hilfskondensator. Die freie Belegung des Hilfskondensators ist dauernd geerdet; der Hilfskondensator selbst kann durch einen Stöpsel K kurzgeschlossen werden.

Bei der Ausführung der Versuche stellt man die Schlagstifte am Pendelquadranten bzw. den Schlitten mit der Mikrometerschraube auf ein bestimmtes Zeitintervall ein. Die Unterbrechungsstellen H_1 und H_2 sind geschlossen, und beide Kondensatoren besitzen das Potential der Erde. Dann wird die Batterie E eingeschaltet, der Kurzschlußstöpsel K weggenommen, und man überzeugt sich, daß das Elektrometer keinen Ausschlag gibt, somit keinerlei Rückstandsladungen in den Kondensatoren vorhanden sind; eine kleine Nullpunktverschiebung wird notiert. Durch Ziehen an der Schnur löst man das Pendel aus. Beim Wegschlagen von H_1 beginnt die Aufladung des Kondensatorsystemes; beim Wegschlagen von H_2 wird sie unterbrochen und der (ballistische) Ausschlag des Elektrometers mißt das Potential E' , das auf G erreicht worden ist. Dieses entspricht einer Elektrizitätsmenge

$$e' = E' \cdot G,$$

wenn mit G zugleich auch die Kapazität des Hilfskondensators bezeichnet wird. Damit ist ein Punkt der Kurve, die die Ladung in Abhängigkeit von der Ladezeit gibt, aufgenommen. Die Batterie E wird abgeschaltet, sämtliche Unterbrechungsstellen geschlossen und so die ganze Anordnung wieder geerdet. Nach 4—5 Minuten kann eine weitere Messung mit einem anderen Zeitintervall folgen. Zur Kontrolle und zur Erhöhung der Genauigkeit wurde jeder Punkt 2—3mal bestimmt.

e) Korrekturen und Berechnung.

Die Größenordnung der Kapazitäten C und G wird vor allem durch zwei Bedingungen festgelegt: es soll erstens die „normale“ Ladung in kürzester Zeit vor sich gehen und ferner

das Potential E' klein sein gegen das angelegte Potential E . Der Versuchskondensator steht dann, abgesehen von den jetzt zu besprechenden Korrekturen, eine genau gemessene Zeit unter bekannter konstanter Spannung; es besitzt die eine Kondensatorbelegung auch, wie es bei allen Wechselstrommessungen der Fall sein wird, nahezu das Potential der Erde.

Setzt man $E = 100$ V, $C = 0,001$ MF, $G = 0,3$ MF, so ist E' nach beendeter „normaler“ Ladung 0,33 V und wächst im Laufe des Versuches infolge Nachladung und Leitung noch um 20–30 Proz. Man rechnet daher genügend genau, wenn man für die Spannung am Versuchskondensator einsetzt:

$$E_C = E - E',$$

wo E' einen mittleren Wert von E' bedeuten soll. Die Größe dieser Korrektur beträgt $\frac{1}{3}$ Proz. Sie gilt natürlich nur nach erfolgter „normaler“ Ladung. Diese dauert aber praktisch nicht länger als $7,0 \cdot 10^{-5}$ Sek., wie sich aus $C = 0,001$ MF, $G = 0,3$ MF und $W = 10000 \Omega$ berechnet. Ich sah davon ab, den Widerstand W kleiner zu nehmen, da zur sicheren Konstanterhaltung der elektromotorischen Kraft E der verwendeten Klingelfußhochspannungsbatterie ein geringer Stromverbrauch angestrebt wurde. Es ist aber zu berücksichtigen, daß infolge der endlichen Zeit, die die Spannung braucht, um am Kondensatorsystem ihren vollen Betrag zu erreichen, die gemessene Elektrizitätsmenge $e' = E'G$ etwas kleiner ist, als wenn die ganze Spannung E schon vom Zeitmoment $t = 0$ an wirksam gewesen wäre. Der Fehlbetrag ergibt sich aus der Überlegung, daß Nachladungs- und Leitungsstrom der Spannung am Versuchskondensator proportional sind, diese aber wie

$$E \left(1 - e^{-\frac{1}{WC}t} \right)$$

wächst. Der Strom hat also die Form:

$$i = E \left(1 - e^{-\frac{1}{WC}t} \right) f(t)$$

und für die Korrektur Δe gilt bei einem Zeitintervall t_1

$$\int_0^{t_1} E \left(1 - e^{-\frac{1}{WC}t} \right) f(t) dt + \Delta e = \int_0^{t_1} E f(t) dt,$$

$$\Delta e = E \int_0^{t_1} e^{-\frac{1}{WC}t} \cdot f(t) dt,$$

$$e = e' + \Delta e.$$

Solange $f(t)$ nicht bekannt ist, läßt sich Δe nicht genau angeben; man weiß aber, daß für den Leitungsstrom $f(t)$ als Konstante anzusetzen ist und für den Nachladungsstrom als eine Funktion, die bei großen Werten beginnt und mit der Zeit abnimmt. Deshalb zerlegt man das Integral zweckmäßig in zwei Teile

$$\Delta e = E \int_0^{t'} e^{-\frac{1}{WC}t} \cdot f(t) dt + E \int_{t'}^{t_1} e^{-\frac{1}{WC}t} f(t) dt = \Delta e_1 + \Delta e_2,$$

wo t' die sogenannte normale Ladungszeit des Kondensators sein soll, also praktisch etwa $7 \cdot W \cdot C$, und erkennt, daß für Zeiten $t_1 > t'$ der zweite Summand klein bleibt gegen den ersten. Δe ist also nach abgelaufener normaler Ladung als merklich konstant zu betrachten. Dies ist insofern günstig, als bei der Berechnung des Stromes, den man durch die Bildung der Differenzenquotienten aus e erhält, die Korrektur Δe gar nicht berücksichtigt zu werden braucht, solange man Zeiten verwendet, die größer sind als $7,0 \cdot 10^{-5}$ Sek. Für den Fall eines Papierkondensators (vgl. p. 335 u. 347) von 0,001740 MF Kapazität berechnet sich z. B. unter der sicher ungünstigen Annahme $f(t) = B t^{-n}$, $\Delta e = 4,92 \cdot 10^{-9}$ coul, während e von der Größe $200 \cdot 10^{-9}$ coul ist, also $\Delta e/e = 2$ Proz.

Es ist wichtig, daß der Hilfskondensator G in hohem Maße idealen Anforderungen entspricht, insbesondere eine von der Ladezeit unabhängige Kapazität besitzt. Es stand mir ein zwölfteiliger Präzisions-Glimmerkondensator von Siemens & Halske zur Verfügung, mit einer Gesamtkapazität von 1,002 MF und einer kleinsten Kapazität von 0,00103 MF. Ich prüfte ihn in der Weise, daß ich im Schaltungsschema I an Stelle von C einen Luft-(Dreh-)Kondensator einschaltete und die Ladung von G bei Änderung der Ladezeit von 0,001 bis 0,2 Sek. bestimmte. Beträgt bei einer Zunahme der Ladezeit um $\Delta t'$ Sek. die Vergrößerung der Ladung $\Delta e'$, so ist für die Korrektur maßgebend der Ausdruck $1/e \cdot \Delta e'/\Delta t'$; ich fand für den Glimmerkondensator:

$$\frac{1}{e} \cdot \frac{\Delta e'}{\Delta t'} = 0,022 \text{ sec}^{-1}.$$

Da die verwendeten Zeiten nie über 0,23 Sek. hinausgehen, bleibt diese Korrektur unter 0,5 Proz.

Beiläufig sei bemerkt, daß ich diese Anordnung zugleich benutzte, um die Kapazität des Drehkondensators für verschiedene Einstellungen desselben zu bestimmen; sie ist gegeben durch die Formel

$$C = \frac{E'}{E - E'} G.$$

Um bei der Messung des Potentials E' mit dem Elektrometer von Korrekturen möglichst unabhängig zu sein, wurde vor oder nach jeder Meßreihe das Elektrometer mit Hilfe eines Elementes von bekannter elektromotorischer Kraft und eines Spannungsteilers absolut geeicht, d. h. eine Kurve aufgenommen, die das Potential in Volts in Funktion der abgelesenen Ausschläge ergab. Das Elektrometer, ein Quadrantelektrometer nach Konstruktion von Prof. Dr. A. Kleiner, ergab bei 40 V Nadelspannung und Ablesung mit Spiegel und Skala eine Empfindlichkeit von rund 800 mm pro Volt (Skalenabstand 2300 mm). Es erwies sich als notwendig, zur elektrostatischen Abschirmung und zur Erzielung eindeutig definierter Kapazitäten, das Elektrometer, die Kondensatoren und alle Zuleitungen mit geerdeten Metallhüllen zu umgeben. Die Zuleitungen wurden möglichst kurz gewählt, so daß ihr Einfluß nicht in Betracht kam.

Ist nach Anbringung sämtlicher Korrekturen die Ladung e in Abhängigkeit von der Ladezeit t gefunden worden, so wird das der Beobachtung zu Grunde liegende Zeitintervall in Abschnitte ungefähr gleicher Zunahme von e geteilt und es werden die Differenzenquotienten

$$\frac{e_2 - e_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

gebildet. Sie ergeben den Gesamtstrom für die Zeit $\frac{t_1 + t_2}{2}$, insbesondere für Zeiten nach erfolgter „normaler“ Ladung die Summe von Nachladungs- und Leitungsstrom.

2. Die Bestimmung der stationären Leitfähigkeit.

Der stationäre Leitungsstrom kann mit einem empfindlichen Galvanometer gemessen werden. Ich zog jedoch eine Schaltung mit dem Helmholtzschen Pendel wegen ihrer größeren Empfindlichkeit vor, und weil sie zugleich die Bequemlichkeit bot, durch geringe Abänderungen aus dem

Schaltungsschema I hervorzugehen. Man ersparte sich so die Aufstellung und Eichung eines weiteren Instrumentes. Das Wesentliche ist aus der Zeichnung ersichtlich.

Schaltungsschema II.

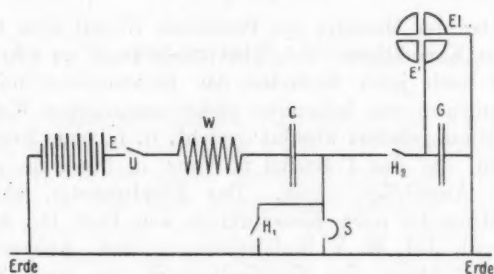


Fig. 2.

Bezeichnungen:

- C* Versuchskondensator,
G Hilfskondensator,
E EMK. (Batterie),
E' das zu messende Potential an *G*,
W Widerstand,
EI Quadrantelektrometer,
H₁ } Kontakthebel,
H₂ }
U Unterbrecher,
S „

Größenordnung:

- 0,001 bis 0,004 MF.
 0,002 „ 0,02 „
 100 Volt
 0,01 bis 0,5 Volt
 10⁴ Ω

Vor dem Versuche sind die beiden Kontakthebel *H₁* und *H₂* geschlossen, die Unterbrecher *U* und *S* geöffnet. Zur Zeit $t = 0$ wird die Batterie eingeschaltet und es fließt ein Strom von der Batterie durch den Versuchskondensator *C* zur Erde. Löst man nach gemessener Zeit die Fixierung des Pendels, so werden in einem Intervall von Δt Sek. *H₁* und *H₂* kurz nacheinander weggeschlagen, während dessen die Elektrizitätsmenge

$$e = G \cdot E'$$

auf den Hilfskondensator übergeht. Für die Stromstärke folgt daraus:

$$i = \frac{e}{\Delta t}.$$

Für $\Delta t = 0,2$ Sek., $G = 0,002$ MF, $E' = 0,01$ V erhält man $i = 1,0 \cdot 10^{-10}$ A, was noch mit einer Genauigkeit von 5 Proz. ausgemessen werden kann. Wenn nötig, kann man die Empfindlichkeit noch weiter treiben.

Auch hier hat man dafür zu sorgen, daß E' stets ein kleiner Bruchteil von E bleibt, damit der Kondensator C als unter konstanter Spannung stehend angesehen werden kann. Unmittelbar nach dem Öffnen von H_2 muß der Unterbrecher S geschlossen werden, damit kein dauernder Unterbruch des Stromes stattfindet. So ist es möglich, immerhin mit Berücksichtigung der kleinen Störungen, die das kurze Aufhören des Stromes verursacht, dessen Größe und Verlauf beliebige Zeiten nach Anlegen der Spannung E zu ermitteln.

3. Die Bestimmung des Wechselstromeffektverlustes.

a) Die Schaltung.

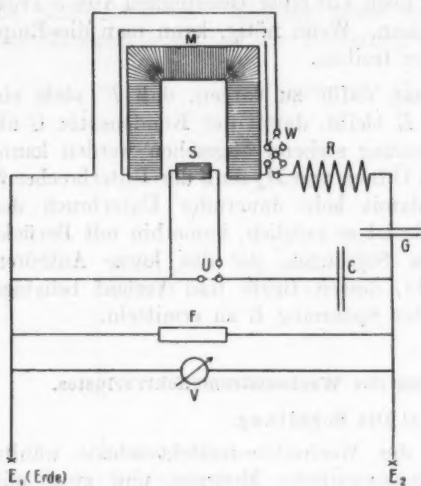
Zur Bestimmung der Wechselstromeffektverluste wählte ich eine direkte dynamometrische Messung, und zwar mit Hilfe von W. E. Sumpners¹⁾ Elektrodynamometer.

Es besteht aus einem hufeisenförmigen Elektromagneten M von fein unterteiltem Weicheisen. Durch den Erregerstrom wird zwischen seinen Polen ein kräftiges, periodisch wechselndes Magnetfeld erzeugt, das durch einen Weicheisenkern verstärkt wird. In dem engen Luftraum zwischen Magnet und Eisenkern hängt die Drehspule S , durch die der zu messende Strom geschickt wird. Das Aufhängeband trägt einen kleinen Spiegel; die Ablesung geschieht mit Fernrohr und Skala. Erregerstrom und Meßstrom müssen absolut gleiche Periodenzahl haben, werden daher am besten derselben Wechselstromquelle entnommen.

Zur Messung kleiner Leistungen gibt W. E. Sumpner eine Schaltung an, bei der in den Meßstrom ein Transformator eingeschaltet wird. Dieses Hilfsmittel, das für genaue quantitative Messungen unzulässig ist, kann durch folgende Anordnung umgangen werden:

1) W. E. Sumpner u. W. Cs. Philipps, Proc. of Phys. Soc. of London 22; Phil. Mag. (6) 20, p. 309. 1910.

Schaltungsschema III.



Bezeichnungen:

- C Versuchskondensator,
 G Hilfskondensator,
 $E_1 - E_2$ Wechselstromquelle (E an Erde),
 R Widerstand,
 M Elektromagnet,
 S Drehspule,
 W Wippe,
 U Umschalter,
 V Voltmeter,
 F Frequenzmesser,
 $E_1 S C E_2$ Meßkreis,
 $E_1 W M R G E_2$ Erregerkreis.

Größenordnung:

- C: 0,001 bis 0,004 MF.
 G: 0,9 MF.
 E: 100 Volt, 50 Period.,
 R: 7000 bis 10000 Ω

Fig. 3.

$E_1 - E_2$ ist die Wechselstromquelle; sie dient sowohl für den Meßkreis, der die Versuchskapazität C , die Drehspule S , sowie einen Umschalter U enthält, als den Erregerkreis. Der Pol E_1 ist geerdet. Die Stromstärke im Erregerkreis wird durch Einstellen der Kapazität G mit der Spannung in Resonanz gebracht und ihre Intensität durch den Widerstand R reguliert. Da die Selbstinduktion des Elektromagneten sehr groß ist, ca. 11 Henry, so genügt eine Kapazität G von ungefähr 0,9 MF zur Herstellung der Resonanz. Ich verwendete den zwölfteiligen Glimmerkondensator von Siemens & Halske, der noch Variationen von 1 Prom. gestattete.

Auf die Drehspule wirkt allgemein ein Drehmoment, das proportional ist zu $HJ \cos \alpha$, wenn mit H und J die Effektivwerte der magnetischen Feldstärke bzw. des Meßstromes bezeichnet werden, mit α ihre Phasendifferenz. Da H mit dem Erregerstrom und somit mit der Spannung in Phase ist, der Meßstrom jedoch eine Verschiebung von $\alpha = \pi/2 - \delta$ gegen diese hat, so folgt für das Drehmoment:

$$D = \text{konst} \cdot H J \sin \delta,$$

Daraus ersieht man, daß bei konstant bleibender Effektivspannung das Drehmoment dem Effektverlust im Meßkreis proportional ist, denn für diesen gilt:

$$Q = E_{\text{eff}} J_{\text{eff}} \sin \delta.$$

Das Elektrodynamometer funktioniert so als hochempfindliches Wattmeter und gibt Ausschläge, die der verbrauchten Leistung direkt proportional sind.

b) Die Empfindlichkeit.

Das Elektrodynamometer wurde absolut geeicht durch Herstellung eines bekannten Verlustes im Meßkreis vermittelt einer verlustlosen Kapazität (Drehkondensator) mit vorgeschaltetem, kapazitätsfreiem und selbstinduktionsfreiem Widerstand. Die Berechnung geschieht nach der Formel:

$$Q = \omega^2 E^2 C^2 W,$$

die hinreichend genau ist, da es sich ja nur um kleine Verlustwinkel handelt. ω ist die Kreisfrequenz, das 2π -fache der Periodenzahl, E die Effektivspannung, C die Kapazität und W der Widerstand. Da außer dem Widerstand alle Größen im Quadrat vorkommen, erfordern alle Instrumente eine sorgfältige Eichung. Als kapazitäts- und induktionsfreier Widerstand diente ein Widerstand von Siemens & Halske; er besitzt fünf Abteilungen zu je ungefähr 200000 Ω , die nach Bedarf hintereinander oder parallel geschaltet werden können. Man erhält so einen Bereich von 50000—1000000 Ω . Die Ergebnisse einer solchen Eichung sind z. B.:

$W \Omega$	CMF	ϵ Erg/sec
248000	0,000256	8,54
	0,000529	8,55
	0,000808	8,49
474350	0,000256	8,57
	0,000529	8,50
719050	0,000256	8,52

ϵ bedeutet die Empfindlichkeit in Erg/sec pro Skalenteil der Ablesung mit Spiegel und Skala. Der Drehkondensator ist nach dem p. 315 angedeuteten Verfahren geeicht. Durch Kommutieren des Ausschlages kann diese Empfindlichkeit noch verdoppelt werden.

Es ist so möglich, auch bei verhältnismäßig niedrigen Spannungen und Frequenzen noch genaue Bestimmungen der dielektrischen Verluste zu machen. Man entgeht zugleich den Fehlerquellen, die die Messungen mit hohen Spannungen und Frequenzen mit sich bringen. Es möge die Leistungsfähigkeit dieser Methode mit derjenigen anderer Methoden an einem Beispiel kurz zahlenmäßig verglichen werden.

Ein Plattenkondensator (vgl. p. 339), bestehend aus zwei kreisförmigen Platten von 12,50 cm Radius mit dem Dielektrikum Glas (Dicke 0,215 cm), ergab bei einer Beanspruchung mit Wechselstrom von rund 100 Volt und 50 Perioden einen Effektverlust von rund 1000 Erg/sec, ausgemessen mit einem mittleren Fehler von 5 Proz. Nimmt man den Verlust als der Frequenz und dem Quadrat der Spannung proportional an¹⁾, so würde er bei 10000 Volt und 50 Perioden 1,0 Watt betragen. Diese Energiemenge würde in 5 Minuten, Wärmeverluste durch Ableitung nicht gerechnet, das Dielektrikum um ca. 0,14° C erwärmen, könnte also auch kaum genauer als auf 5 Proz. bestimmt werden. Um bei 100 Volt in der gleichen Zeit dieselbe Temperaturerhöhung zu erhalten, müßte die Frequenz auf 500000 Perioden in der Sekunde gesteigert werden.

Die neueren Messungen über dielektrische Verluste sind meistens, solange es sich nicht um sehr hohe Frequenzen handelt, mit der Wechselstrombrücke gemacht worden. Dieses Verfahren läßt eine sehr genaue Bestimmung der Kapazität und des sogenannten Verlustwinkels δ , der Phasenabweichung des Stromes von der durch einen idealen Kondensator bedingten Phase, zu.²⁾ Ich wählte es für meinen Zweck nicht, um von der Berechnung des Effektverlustes für bestimmte Spannung aus Kapazität und Verlustwinkel frei zu sein; ferner dürften die direkten Messungen mit dem Elektrodynamometer rascher und bequemer vor sich gehen. Der erwähnte Kondensator besaß eine Kapazität von 0,001530 MF. Aus dem bekannten Effektverlust von 1000 Erg/sec, der Spannung von 100 Volt und der Periodenzahl 50 berechnet sich

1) Vgl. z. B. B. Monasch, Ann. d. Phys. **22**. p. 905. 1907; ferner H. Jordan, l. c.

2) Vgl. z. B. K. W. Wagner u. A. Wertheimer, Physik. Zeitschr. **13**. p. 368. 1912.

der Verlustwinkel zu $1^{\circ} 10'$. Diese Genauigkeit dürfte der in der Brücke erreichbaren nahe kommen.

Die Empfindlichkeit läßt sich durch den im Erregerkreise angebrachten Widerstand R in weiten Grenzen verändern. Ich benutzte sie meistens in einer Größe von 8—12 Erg/sec pro Skalenteil; doch läßt sie sich bei Verwendung sehr konstanten Wechselstromes wohl noch weiter steigern.

c) Fehlerquellen und Verbesserungen.

Die Effektmessung mit dem Sumpnerschen Elektrodynamometer in Resonanzschaltung wird nur dann zuverlässig, wenn Wechselstrom konstanter Frequenz und Spannung verwendet werden kann. Da mir einzig das städtische Lichtnetz zur Verfügung stand, so war die Meßgenauigkeit durch die Spannungs- und Frequenzschwankungen desselben beeinträchtigt. Mit einem Voltmeter (V) und einem Frequenzmesser (F) wurde der Gang dieser Schwankungen kontrolliert. Wählte man eine günstige Tageszeit, so pflegten sie 1 Proz. kaum zu übersteigen. — Zur Erhöhung der Genauigkeit wurde ein ballistisches Verfahren angewendet. Durch einen Umschalter U (vgl. Schaltungsschema III) wurde das Elektrodynamometer kurz geschlossen und der Meßstrom direkt zur Erde geleitet, zur Messung der Umschalter gekehrt, was vom Platz des Beobachters aus geschehen konnte, so daß nun der Strom die Drehspule S passierte. Der entstehende ballistische Ausschlag ergab ein genau proportionales Maß für den Effektverlust. Da die Schwankungen mehr zufälliger Natur sind und in kürzeren Zeiten um denselben Betrag sich herumbewegen, auf den die Resonanzeinstellung gemacht wird, so ergibt das Mittel aus einigen Beobachtungen einen genügend zuverlässigen Wert. Ferner kann der Erregerstrom durch die Wippe W kommutiert werden; dadurch erhält man Ausschläge nach rechts und nach links, was die Nullpunktfehler eliminiert. Von der Anbringung einer Wippe im Kreise des Meßstromes sah ich ab, um die Leitungen zu verkürzen und möglichst kapazitätsfrei und induktionsfrei zu behalten.

Den größten Fehler bedingt eine falsche Resonanzeinstellung, da er sich durch Kommutieren der Ströme nicht eliminieren läßt. Die Effektmessung wurde daher so vorgenommen, daß nach je einer Gruppe von Ablesungen am Elektrodynamo-

meter die Resonanzstellung nachkontrolliert wurde. Der Versuchskondensator wurde mit einem verlustlosen Drehkondensator vertauscht und die Hilfskapazität G so reguliert, daß bei beliebiger Kapazität des Drehkondensators das Elektrodynamometer keinen Ausschlag gab. Damit sind zugleich die kleinen Phasenverschiebungen, die die Hysteresis im Eisen des Elektromagneten, die geringe Selbstinduktion der Drehspule und deren Widerstand (50Ω) verursachen, korrigiert. Die Drehspule erfordert eine sorgfältige Einstellung; sie muß so im Magnetfeld hängen, daß sie auch bei sehr starkem Felde sich nicht bewegt, wenn man die Zuführungsklemmen kurzschließt. Es ist darauf zu achten, daß die Instrumente so geschaltet werden, wie im Schaltungsschema III angegeben ist; ihre Kapazität gegen Erde wird dadurch möglichst ohne Einfluß gemacht. Insbesondere soll beim Elektrodynamometer eine Klemme des Erregerkreises und eine Zuführungsklemme der Drehspule an Erde liegen.

Die Methode der absoluten Eichung habe ich schon erwähnt. Im Verlaufe jeder Meßreihe wurde eine solche Eichung ausgeführt, dabei der Drehkondensator möglichst auf die Kapazität des Versuchskondensators eingestellt; auf diese Weise fallen auch Fehler in der Resonanzeinstellung fast ganz heraus.

III. Die Versuchsergebnisse.

1. Feste Dielektriken.

a) Der Verlauf des Nachladungsstromes. Stationäre Leitfähigkeit.

Die Untersuchung erstreckte sich auf feste und flüssige Dielektriken. In der Auswahl fester Dielektriken war ich dadurch beschränkt, daß sie, um eine zuverlässige Messung zu ermöglichen, die Eigenschaft besitzen mußten, in kurzer Zeit schon beträchtliche Rückstände zu bilden. Diese Forderung erfüllten nur imprägnierte Papiere und Glas in ausreichendem Maße.¹⁾ Für diese Dielektriken ist eine Anzahl Messungen mit möglichster Sorgfalt durchgeführt worden.

Verhältnismäßig große Rückstandsbildung in kurzer Zeit und sehr langsames Anwachsen des Rückstandes bei späteren

1) Vgl. C. L. B. Schuddemagen, Proc. Amer. Acad. 44, p. 465. 1909.

Zeiten ist nach der Wagnerschen Theorie der unvollkommenen Dielektriken ein Kennzeichen kleiner Verteilungskonstante „ b “ (also weitgehender Zerstreuung der Zeitkonstanten). Da in diesem Falle innerhalb eines beschränkten Bereiches der Nachladungsstrom dargestellt werden kann durch die Gleichung (7) bzw. (7'):

$$i = E C_0 \beta t^{-n} = B t^{-n},$$

wobei $n = 1 + 2 b^2 \log \text{nat } \tau / T_0$ (vgl. p. 314) nicht stark von Eins abweicht, so lag es nahe, vor allem die Anwendbarkeit dieser Gleichung auf den experimentell ermittelten Nachladungsstrom zu versuchen. Man hat den Vorteil, daß man mit nur zwei Materialkonstanten β und n auskommt, und daß bei der Berechnung der Wechselstromverluste die vorkommenden Integrale (vgl. p. 317) sich leicht auswerten lassen. Wie weit diese Näherung brauchbar ist, ergibt dann ein Vergleich der berechneten Stromstärken bzw. Wechselstromverluste mit den gemessenen. Durch Logarithmieren der obigen Gleichung erhält man

$$\log i = \log B - n \log t,$$

woraus durch Bildung der Differenzquotienten hervorgeht

$$\frac{\Delta \log i}{\Delta \log t} = -n.$$

Diese Beziehung, angewendet auf die einzelnen Intervalle des beobachteten Zeitraumes, ergibt die Probe der Formel. Aus bekanntem n wird dann unmittelbar B erhalten.

Die Versuchsergebnisse sind im folgenden in Tabellen mitgeteilt. Neben den unmittelbar aus den experimentellen Bestimmungen hergeleiteten Größen, der Ladung e und der Stromstärke i (vgl. p. 325), sind die nach der Formel berechneten Werte der Stromstärke $i_{\text{ber.}}$ angegeben, sowie die aus drei aufeinanderfolgenden Beobachtungen ermittelte Zahl n . Die erste Kolonne der Zeiten t bezieht sich auf die Einstellung an der Mikrometerschraube bzw. am Pendelquadranten, gibt also die zur Ladung e gehörige Ladezeit; die zweite Kolonne der Zeiten t' gilt für die Stromstärken i . Das Verhältnis der gebildeten Rückstandsladung zur „normalen“ Ladung geht aus der mit $\Delta C / C_0$ bezeichneten Kolonne hervor. ΔC bedeutet die Zunahme der Kapazität infolge der Rückstandsbildung, C_0 die auf unendlich kurze Ladezeit extrapolierte

Kapazität. Insbesondere wurde noch die Kapazitätsvergrößerung ΔC_∞ bei sehr großer Ladezeit (300 Sek.) ermittelt. Es geschah dies durch Vergleich der Versuchskapazitäten mit einem rückstandsfreien Luft-(Dreh-)Kondensator bekannter Kapazität am ballistischen Galvanometer.

Da der Nachladungsstrom erst durch Subtraktion des stationären Leitungsstromes von dem Strome, den man aus dem Zuwachs der Ladung erhält, hervorgeht, sind bei jedem Beispiel noch die Resultate der Messungen nach Schaltungs-schema II in einer kleinen Tabelle beigegeben.

Bezeichnungen:

t Zeit (sec),	J Gesamtstrom (A),
e Ladung (coul),	E Batteriespannung (V),
i Nachladungsstrom (A),	C_0 Rückstandsfreie Kapazität (MF),
j Stationärer Leitungsstrom (A),	ΔC Kapazitätszunahme (MF),
β, n Materialkonstante,	G Hilfskondensator (MF),
d Dicke des Dielektrikums (cm),	W Vorschaltwiderstand (Ω),
	ϑ Temperatur ($^{\circ} C$).

Kondensator A.

Eine Lage paraffiniertes Seidenpapier; Herstellung des hiesigen Instituts.

a) Tabelle für den Nachladungsstrom. (Schaltungsschema I.)

$E = 104,2$ Volt $G = 0,300$ MF $W = 10000 \Omega$ $C_0 = 0,001158$ MF
 $\vartheta = 16,5^{\circ} C$. $\beta = 0,0511$ $n = 0,789$

t sec	t' sec	e coul	i	n	$i_{\text{ber.}}$	$\frac{\Delta C}{C_0}$
Zeitmessung mit der Mikrometerschraube:						
$0,328 \cdot 10^{-3}$	$0,820 \cdot 10^{-3}$	$1,206 \cdot 10^{-7}$	$16,60 \cdot 10^{-7}$	0,80	$16,63 \cdot 10^{-7}$	0,004
1,312	1,804	1,222	8,79	0,73	8,89	0,017
2,296	2,788	1,231	6,40	0,73	6,32	0,025
3,280	3,772	1,237	5,00	0,83	4,98	0,030
4,264		1,242				0,034
Zeitmessung mit dem Pendelquadranten:						
0,00233	0,00350	$1,232 \cdot 10^{-7}$	$5,19 \cdot 10^{-7}$	0,76	$5,24 \cdot 10^{-7}$	0,026
0,00467	0,00702	1,244	3,06	0,78	3,04	0,036
0,00937	0,01172	1,259	2,05	0,80	2,04	0,048
0,01407	0,01877	1,268	1,409	0,79	1,403	0,056
0,02347	0,03521	1,282	0,856	0,78	0,859	0,068
0,04695	0,05870	1,302	0,574	0,77	0,573	0,084
0,07045	0,0825	1,315	0,439	0,79	0,438	0,095
0,0946	0,1193	1,326	0,328	0,82	0,327	0,104
0,1440	0,1852	1,342	0,229		0,231	0,117
0,2265		1,361				0,133
300						0,75

b) Tabelle für den Leitungsstrom.
(Schaltungsschema II.)

$$E = 104,1 \text{ V} \quad G = 0,0100 \text{ MF} \quad \Delta t = 0,1440 \text{ sec}$$

$$\vartheta = 16,5^\circ \text{C.}$$

$t \text{ sec}$	$e \text{ coul}$	j
15	$1430 \cdot 10^{-12}$	$99 \cdot 10^{-10}$
135	$7,8 \cdot 10^{-12}$	$0,54 \cdot 10^{-10}$
420	$2,6 \cdot 10^{-12}$	$0,18 \cdot 10^{-10}$

Ein Strom, entsprechend stationärer Leitfähigkeit, wird nicht erreicht. Auf jeden Fall verschwindet er während der ersten Sekunden vollständig gegen den Nachladungsstrom.

Kondensator B.

Imprägniertes technisches Isolierpapier; Kreisplatten Kondensator
($r = 12,5 \text{ cm}$) mit zwei Lagen Papier; $d = 0,040 \text{ cm}$.

a) Tabelle für den Nachladungsstrom (Schaltungsschema I).

$$E = 103,9 \text{ V} \quad G = 0,502 \text{ MF} \quad W = 10000 \Omega$$

$$C_0 = 0,001740 \text{ MF}$$

$$\vartheta = 16,0^\circ \text{C.} \quad \beta = 0,158 \quad n = 0,747$$

$t \text{ sec}$	$t' \text{ sec}$	$e \text{ coul}$	i	n	$i_{\text{ber.}}$	$\frac{\Delta C}{C_0}$
-----------------	------------------	------------------	-----	-----	-------------------	------------------------

Zeitmessung mit der Mikrometerschraube:

$0,328 \cdot 10^{-3}$	$0,820 \cdot 10^{-3}$	$1,820 \cdot 10^{-7}$	$65,6 \cdot 10^{-7}$		$65,3 \cdot 10^{-7}$	0,011
1,312	1,804	1,884	35,8	0,77	36,0	0,047
2,296	2,788	1,920	26,0	0,73	26,1	0,068
3,280	3,772	1,945	20,9	0,73	20,8	0,080
4,264		1,966				0,092

Zeitmessung mit dem Pendelquadranten:

0,00233		$1,923 \cdot 10^{-7}$	$21,9 \cdot 10^{-7}$		$21,8 \cdot 10^{-7}$	0,068
0,00467	0,00350	1,975	13,1	0,75	13,0	0,097
0,00937	0,00702	2,036	8,4	0,76	8,90	0,131
0,01407	0,01172	2,078	6,24	0,74	6,26	0,154
0,02347	0,01877	2,137	3,89	0,75	3,92	0,187
0,03521	0,03521	2,228	2,70	0,72	2,68	0,238
0,0470	0,0587	2,292	2,07	0,78	2,08	0,273
0,0704	0,0825	2,342	1,58	0,74	1,57	0,302
0,0946	0,01193	2,420	1,14	0,75	1,13	0,344
0,1440	0,1852	2,514				0,396
0,2265						
300						1,38

b) Tabelle für den Leitungsstrom.

(Schaltungsschema II.)

$E = 103,9 \text{ V}$

$G = 0,0200 \text{ MF}$

$\Delta t = 0,1440$

$\vartheta = 16,5^\circ \text{ C.}$

$t \text{ sec}$	$e \text{ coul}$	j
60	$121,6 \cdot 10^{-12}$	$9,1 \cdot 10^{-10}$
180	$70,2 \cdot 10^{-12}$	$4,9 \cdot 10^{-10}$
300	$55,6 \cdot 10^{-12}$	$3,9 \cdot 10^{-10}$
900	$2,9 \cdot 10^{-12}$	$0,2 \cdot 10^{-10}$

Eine stationäre Leitfähigkeit wird auch hier nicht erreicht; der Strom scheint mit der Zeit fortwährend abzunehmen.

Kondensator C.

Imprägniertes Seidenpapier, Teil aus einer Fernsprechkapazität von 2 MF, als Band von ca. 20 cm Länge und 4 cm Breite auf einen Paraffinkern gewickelt und in Paraffin eingegossen.

a) Tabelle für den Nachladungsstrom.

(Schaltungsschema I.)

$E = 104,1 \text{ V}$

$G = 1,002 \text{ MF}$

$W = 10000 \text{ } \Omega$

$C_0 = 0,00366 \text{ MF}$

$\vartheta = 17,0^\circ \text{ C.}$

$\beta = 0,226$

$n = 0,785$

$t \text{ sec}$	$t' \text{ sec}$	$e \text{ coul}$	$J = i + j$	i	n	$i \text{ ber.}$	$\frac{\Delta C}{C_0}$
-----------------	------------------	------------------	-------------	-----	-----	------------------	------------------------

Zeitmessung mit dem Pendelquadranten:

0,00233	0,00350	$3,960 \cdot 10^{-7}$	$75,5 \cdot 10^{-7}$	$75,0 \cdot 10^{-7}$	0,66	$70,4 \cdot 10^{-7}$	0,045
0,00467	0,00702	4,139	48,0	47,5	0,95	40,8	0,092
0,00937	0,01172	4,352	28,7	28,2	0,95	27,4	0,146
0,01407	0,01877	4,477	18,09	17,62	0,66	18,9	0,181
0,02347	0,03521	4,647	12,04	11,57	0,95	11,5	0,226
0,0470	0,0587	4,922	7,43	6,96	0,95	7,76	0,299
0,0704	0,0825	5,087	5,90	5,42	0,73	5,92	0,342
0,0946	0,01193	5,222	4,75	4,28	0,64	4,43	0,378
0,1440	0,1852	5,302	3,81	3,34	0,56	3,13	0,399
0,2265		5,610					0,480
300							1,53

b) Tabelle für den Leitungsstrom.

(Schaltungsschema II.)

$E = 104,0 \text{ V}$

$G = 0,0200 \text{ MF}$

$\Delta t = 0,0704 \text{ sec}$

$\vartheta = 17,0^\circ \text{ C.}$

$t \text{ sec}$	$e \text{ coul}$	j
600	$33,0 \cdot 10^{-10}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$
900	32,8	4,7
1200	32,7	4,7
1500	33,0	4,7
1800	33,0	4,7

Im Gegensatz zu den beiden vorhergehenden Beispielen, bei denen kein stationärer Leitungsstrom aufzufinden war, und bei denen der Nachladungsstrom sich wirklich gut nach der Gleichung $i = EC_0 \beta t^{-n}$ darstellen läßt, zeigt dieser Kondensator Unregelmäßigkeiten. Die Werte von n scheinen mit der Zeit abzunehmen, und zwar beträchtlich; es tritt ferner ein stationärer Leitungsstrom auf, der schon nach 0,1 Sek. ungefähr 10 Proz. des Nachladungsstromes ausmacht. Da man von diesem nicht weiß, ob er wirklich von Anfang an stationär ist, oder vielleicht mit höheren Werten beginnt, wird die ganze Berechnung einigermaßen unsicher. Er entspricht jedoch einer Leitfähigkeit, die in die an Dielektriken beobachtete Größenordnung noch hineinpaßt. Setzt man die Dielektrizitätskonstante schätzungsweise gleich 2, so berechnet man aus der bekannten Kapazität und dem Widerstand

$\lambda = 2,2 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^{-1} \Omega^{-1}$

Kondensator D.

Leidener Flasche. $d = 0,25 \text{ cm.}$

a) Tabelle für den Nachladungsstrom.

(Schaltungsschema I.)

$E = 103,8 \text{ V}$

$G = 1,002 \text{ MF}$

$W = 10000 \Omega$

$C_0 = 0,00419 \text{ MF}$

$\vartheta = 16,4^\circ \text{ C.}$

$n = 0,662$

$\beta = 0,1352$

$t \text{ sec}$	$t' \text{ sec}$	$e \text{ coul}$	$J = i + j$	i	n	$i_{\text{ber.}}$	$\frac{\Delta C}{C_0}$
$0,328 \cdot 10^{-3}$	$0,820 \cdot 10^{-3}$	$4,357 \cdot 10^{-7}$	$64,9 \cdot 10^{-7}$	$64,7 \cdot 10^{-7}$	0,66	$64,6 \cdot 10^{-7}$	0,0035
0,1312	1,804	4,421	38,5	38,4	0,64	38,6	0,018
2,296	2,788	4,459	29,1	28,9	0,67	28,7	0,027
3,280	3,772	4,487	23,8	23,6		23,7	0,033
4,264		4,511					0,039

Zeitmessung mit der Mikrometerschraube:

(Fortsetzung.)

t sec	t' sec	e coul	$J = i + j$	i	n	$i_{\text{ber.}}$	$\frac{\Delta C}{C_0}$
Zeitmessung mit dem Pendelquadranten:							
0,00233		$4,463 \cdot 10^{-7}$	$24,7 \cdot 10^{-7}$	$24,6 \cdot 10^{-7}$		$24,6 \cdot 10^{-7}$	0,028
0,00467	0,00350	4,521	15,8	15,6	0,68	15,6	0,041
0,00937	0,00702	4,595	11,3	11,1	0,67	11,2	0,058
0,01407	0,01172	4,648	8,28	8,12	0,67	8,13	0,070
0,02347	0,01877	4,726	5,59	5,44	0,64	5,39	0,088
0,04695	0,03521	4,857	3,97	3,82	0,69	3,84	0,119
0,07045	0,05870	4,950	3,19	3,04	0,67	3,06	0,140
0,0946	0,08252	5,028	2,56	2,41	0,62	2,40	0,158
0,1440	0,1193	5,154	1,94	1,79	0,67	1,79	0,164
0,2265	0,1852	5,315					0,224
300							0,83

b) Tabelle für den Leitungsstrom.

(Schaltungsschema II.)

$E = 103,8 \text{ V}$

$G = 0,0200 \text{ MF}$

$\Delta t = 0,1440 \text{ sec}$

$\vartheta = 17,0^\circ \text{ C.}$

t sec	e coul	j
120	$2,49 \cdot 10^{-9}$	$0,173 \cdot 10^{-7}$
240	2,28	0,158
780	2,21	0,153
1080	2,22	0,154
1800	2,16	0,150

Da j sich für die größeren Zeiten nicht mehr meßbar ändert, ist hier stationäre Leitung anzunehmen. Setzt man die Dielektrizitätskonstante des Glases gleich 6, so erhält man eine Leitfähigkeit $\lambda = 1,83 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^{-1} \Omega^{-1}$, die z. B. mit den Angaben von J. Curie¹⁾ ungefähr übereinstimmt.

1) J. Curie, Ann. chim. phys. (6) 18. p. 203. 1889.

Kondensator E.Glas ($d = 0,215$ cm); Kreisplattenkondensator ($r = 12,5$ cm).

a) Tabelle für den Nachladungsstrom.

(Schaltungsschema I.)

$E = 103,4$ V

$G = 0,300$ MF

$W = 10000$ Ω

$C_0 = 0,00153$ MF

$\vartheta = 15,7^\circ$ C.

$\beta = 0,1148$

$n = 0,697$

t sec	t' sec	e coul	$J = i + j$	i	n	$i_{\text{ber.}}$	$\frac{\Delta C}{C_0}$
Zeitmessung mit der Mikrometerschraube:							
$0,328 \cdot 10^{-3}$	$0,820 \cdot 10^{-3}$	$1,581 \cdot 10^{-7}$	$25,6 \cdot 10^{-7}$	$25,5 \cdot 10^{-7}$	0,69	$25,6 \cdot 10^{-7}$	0,006
1,312	1,804	1,606	14,9	14,8	0,72	14,8	0,022
2,296	2,788	1,621	10,9	10,8	0,67	10,9	0,031
3,280	3,772	1,632	8,86	8,85	0,67	8,83	0,038
4,264		1,640					0,043

Zeitmessung mit dem Pendelquadranten:

0,00233	0,00350	$1,622 \cdot 10^{-7}$	$9,29 \cdot 10^{-7}$	$9,28 \cdot 10^{-7}$	0,69	$9,24 \cdot 10^{-7}$	0,032
0,00467	0,00702	1,644	5,76	5,75	0,72	5,71	0,046
0,00937	0,01172	1,671	3,99	3,98	0,70	4,01	0,063
0,01407	0,01877	1,690	2,87	2,86	0,69	2,88	0,075
0,02347	0,03521	1,717	1,87	1,86	0,70	1,86	0,092
0,04695	0,05870	1,761	1,31	1,30	0,68	1,31	0,120
0,07045	0,08252	1,792	1,040	1,032	0,70	1,03	0,140
0,0946	0,1193	1,817	0,803	0,795	0,71	0,796	0,156
0,1440	0,1852	1,856	0,592	0,584		0,584	0,181
0,2265		1,905					0,212
300							0,78

b) Tabelle für den Leitungsstrom.

(Schaltungsschema II.)

$E = 103,3$ V

$G = 0,0100$ MF

$\Delta t = 0,1440$ sec

$\vartheta = 15,9^\circ$ C.

t sec	e coul	j
180	$3,10 \cdot 10^{-10}$	$22,1 \cdot 10^{-10}$
540	1,64	11,4
1880	1,17	8,2
1980	1,24	8,6
2880	1,17	8,2

Aus Plattenradius (12,5 cm) und Plattenabstand (0,215 cm) des Kondensators läßt sich seine Kapazität mit Luft als Dielektrikum berechnen. Man findet $C_L = 0,000202$ MF, und mit Hilfe des aus Spannung und Stromstärke berechneten Widerstandes für die Leitfähigkeit: $\lambda = 0,31 \cdot 10^{-14}$ cm $^{-1}$ Ω^{-1} .

Kondensator F.Leidener Flasche; $d = 0,28$ cm.a) Tabelle für den Nachladungsstrom.
(Schaltungsschema I.)

$E = 103,2$ V

$G = 0,300$ MF

$W = 10000$ Ω

$C_0 = 0,001145$ MF

$\vartheta = 16,6^\circ$ C.

$\beta = 0,116$

$n = 0,70$

t sec	t' sec	e coul	$J = i + j$	i	n	$i_{\text{ber.}}$	$\frac{\Delta C}{C_0}$
Zeitmessung mit der Mikrometerschraube:							
$0,328 \cdot 10^{-3}$	$0,820 \cdot 10^{-3}$	$1,156 \cdot 10^{-7}$	$22,6 \cdot 10^{-7}$	$22,6 \cdot 10^{-7}$	0,81	$19,7 \cdot 10^{-7}$	0,009
1,312	1,804	1,178	11,9	11,9	0,93	11,3	0,029
2,296	3,280	1,190	7,5	7,50		7,50	0,039
4,264		1,205					0,052
Zeitmessung mit dem Pendelquadranten:							
0,00233	0,00234	$1,191 \cdot 10^{-7}$	$7,74 \cdot 10^{-7}$	$7,70 \cdot 10^{-7}$	0,79	$7,10 \cdot 10^{-7}$	0,040
0,00467	0,00702	1,209	4,48	4,44	0,95	4,40	0,047
0,00397	0,01172	1,230	2,77	2,73	0,74	3,07	0,074
0,01407	0,01877	1,243	1,97	1,93	0,63	2,21	0,085
0,02347	0,03521	1,261	1,34	1,30	0,51	1,43	0,101
0,04695	0,0587	1,292	1,092	1,053	0,61	0,996	0,128
0,0704	0,0825	1,316	0,764	0,725	0,37	0,785	0,149
0,0946	0,1193	1,336	0,716	0,677	0,78	0,604	0,167
0,1440	0,1852	1,371	0,520	0,480		0,444	0,197
0,2265		1,414					0,235
300							0,97

b) Tabelle für den Leitungsstrom.

(Schaltungsschema II.)

$E = 103,2$ V

$G = 0,0100$ MF

$\Delta t = 0,1440$ sec

$\vartheta = 16,3^\circ$ C.

t sec	e coul	j
60	$6,9 \cdot 10^{-10}$	$48 \cdot 10^{-10}$
180	6,1	42
480	5,9	41
1680	5,7	39
1860	5,6	39
2160	5,5	38
2460	5,6	39

Wird die Dielektrizitätskonstante gleich 6,0 gewählt, so ergibt sich aus dieser Tabelle ein stationäres Leitvermögen zu: $\lambda = 1,75 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^{-1} \Omega^{-1}$.

Die angeführten Beispiele von je drei Papier- und drei Glaskondensatoren, die ziemlich willkürlich gewählt waren, zeigen ein übereinstimmendes Verhalten, sowohl qualitativ wie quantitativ. Innerhalb der ersten Sekunde überwiegt der Nachladungsstrom den Leitungsstrom sehr stark; die größten Werte, die für den Nachladungsstrom noch gemessen wurden, sind mehr als das 500—1000fache des schließlich eintretenden stationären Leitungsstromes; bei den Papierkondensatoren *A* und *B* konnte ein solcher überhaupt nicht mehr sicher nachgewiesen werden. Innerhalb des gemessenen Zeitraumes von 0 000328—0,2265 Sek. läßt sich der Nachladungsstrom durch die Gleichung $i = EC_0\beta t^{-n}$ darstellen; eine Annäherung an einen bestimmten endlichen Grenzwert für sehr kleine Zeiten ist nicht zu erkennen. Das Zeitintervall nach noch kleineren Zeiten auszudehnen ist nicht möglich, weil man sonst in das Gebiet der „normalen“ Ladung des Kondensators kommt und dann veränderliche Potentialdifferenz an den Kondensatorbelegungen hat. Die Kondensatoren *C* (Papier) und *F* (Glas) weichen insofern ab, als sie das Potenzgesetz nicht so gut befolgen, immerhin dieses viel besser als z. B. ein Exponentialgesetz, wie man sich durch Rechnung leicht überzeugen kann; es darf auch in diesen Fällen zur näherungsweise Darstellung benutzt werden. Die Materialkonstanten β und n sind bei den verschiedenen Beispielen an Größe nicht sehr verschieden; sie seien hier kurz noch einmal zusammengestellt.

Kond.	Dielektrikum	β	n
<i>A</i>	Papier	0,0511	0,789
<i>B</i>	"	0,158	0,747
<i>C</i>	"	0,226	0,785
<i>D</i>	Glas	0,135	0,662
<i>E</i>	"	0,115	0,697
<i>F</i>	"	0,116	0,700

Es scheint sich hier um wirklich empirische Materialkonstanten zu handeln, die für die einzelnen Proben eines Materials nicht allzu stark voneinander abweichen; es gilt dies besonders für den Exponenten n . Zum Vergleich seien

noch die Werte aufgeführt, die E. v. Schweidler¹⁾ aus galvanometrischen Beobachtungen des Entladungs- oder Rückstandstromes für Zeiten von 10 Sek. bis etwa 30 Min., also unter ganz anderen Bedingungen, erhielt; sie beziehen sich ebenfalls auf Zimmertemperatur.

Dielektrikum	β	n
Glas	0,078	0,74
"	0,0154	0,70
Paraffinpapier .	0,128	0,34

Ähnliche Werte entnimmt man den Kurven von H. Jordan²⁾ ($n = 0,7$ für imprägnierte Papiere).

Aus den mit $\Delta C/C_0$ überschriebenen Kolonnen geht hervor, daß schätzungsweise die Hälfte der Rückstandsladung schon innerhalb der ersten Sekunde gebildet wird; dieses Verhalten ist charakteristisch für die Dielektriken Glas und imprägnierte Papiere. Einige Folgerungen für die Wagnersche Theorie der unvollkommenen Dielektriken sollen im Zusammenhang mit den Wechselstromverlusten besprochen werden.

b) Die Wechselstromverluste.

Diskussion der Resultate für feste Dielektriken.

Die Darstellung des Nachladungsstromes durch die Formel:

$$i = E C_0 \varphi(t) = E C_0 \beta t^{-n};$$

$$\varphi(t) = \beta t^{-n}; \quad 0 < n < 1$$

gestattet nun eine einfache Berechnung der Wechselstromverluste, die durch dielektrische Nachwirkung notwendig bedingt sind. Auch wenn außerhalb des Zeitraumes, für den die Formel empirisch bestimmt wurde, ihre Gültigkeit aufhören sollte, so erstreckt er sich doch weit genug, daß die Abweichungen für kleinere und größere Zeiten die Rechnungsergebnisse nicht mehr wesentlich beeinflussen können, wenigstens solange es sich nicht um Wechselströme sehr hoher Frequenz handelt. Der Effektverlust, der sich aus dem dielektrischen Verhalten ergibt, ist nach Formel (12) allgemein:

1) Vgl. E. v. Schweidler, l. c. p. 764.

2) H. Jordan, l. c.

$$Q = \omega C_0 E_{\text{eff}}^2 \left(\frac{1}{\omega C_0 W} + B \right),$$

dabei:

$$B = \int_0^{\infty} \varphi(u) \sin(\omega u) du.$$

Für $\varphi(u) = \beta u^{-n}$ folgt:

$$B = (\omega)^{n-1} \cdot \beta \cdot \frac{\pi}{2 \Gamma(n) \cos \frac{(1-n)\pi}{2}}.$$

Wir berechnen den Effektverlust also nach dem Ausdruck:

$$Q = \omega C_0 E_{\text{eff}}^2 \left\{ \frac{1}{\omega C_0 W} + \omega^{n-1} \cdot \beta \cdot \frac{\pi}{2 \Gamma(n) \cos \frac{(1-n)\pi}{2}} \right\}.$$

Ein Vergleich mit der allgemeinen Beziehung:

$$Q = \omega C_0 E_{\text{eff}}^2 \sin \delta,$$

die für kleine Winkel δ gültig ist, zeigt, daß obige Klammer den Sinus des Verlustwinkels bedeutet. Von den Summanden der Klammer gibt der erste den Beitrag, den die Leitfähigkeit des Materiales an den Effektverlust liefert, der zweite den Beitrag der dielektrischen Nachwirkung. Wir wollen ersteren mit $\sin \delta_1$, den letzteren mit $\sin \delta_2$ bezeichnen und zunächst zeigen, daß $\sin \delta_1 / \sin \delta_2$ so klein ist daß $\sin \delta_1$ neben $\sin \delta_2$ in der Rechnung vernachlässigt werden kann. Das würde heißen, daß der Effektverlust infolge dielektrischer Nachwirkung den Effektverlust durch Leitung bei weitem überwiegen muß, wie es auch durch das Überwiegen der anfänglichen Nachladungsströme über den stationären Leitungsstrom anschaulich ist. Diese Vergleichung ist in folgender Tabelle niedergelegt; berechnet für Wechselstrom von der Periodenzahl 50,3:

Kond.	Dielektrikum	$\sin \delta_1$	$\sin \delta_2$	$\frac{\sin \delta_1}{\sin \delta_2}$
A	Papier	sehr klein	0,0213	< 0,001
B	"	"	0,0577	< 0,001
C	"	0,000380	0,0900	0,0042
D	Glas	0,000109	0,0260	0,0042
E	"	0,000164	0,0272	0,0060
F	"	0,000104	0,0276	0,0038

Wie man sieht, bleibt $\sin \delta_1$ stets 100—1000mal kleiner als $\sin \delta_2$. Es ist zu beachten, daß mit steigender Frequenz dieses Verhältnis immer abnimmt.

Es ist daher die Rechnung unter Vernachlässigung von $\sin \delta_1$ gegen $\sin \delta_2$ durchgeführt worden. Die Resultate folgen in einer weiteren Tabelle, zusammengestellt mit den nach Schaltungsschema III mit dem Elektrodynamometer direkt gemessenen Werten der Effektverluste. Der ebenfalls aufgeführte Sinus des Verlustwinkels ist aus dem gemessenen Effektverlust mit Hilfe der bekannten Kapazität, Frequenz und Effektivspannung berechnet. Die Meßgenauigkeit beträgt etwa 3—4 Proz.; berücksichtigt man noch etwaige unkontrollierte Temperaturschwankungen, sowie mögliche Einflüsse wechselnder Luftfeuchtigkeit, so wird man mit einem Fehler von rund 5 Proz. zu rechnen haben. Die Messungen des Nachladungsstromes nach Schaltungsschema I und II und die Effektmessung nach Schaltungsschema III wurden für einen bestimmten Kondensator stets am gleichen Tage vorgenommen.

Tabelle der Effektverluste für feste Dielektriken.

Bezeichnungen:

E Effektivspannung des Wechselstromes (V),

$\omega = 2\pi\nu$ Kreisfrequenz,

ν Periodenzahl pro Sekunde,

ε Empfindlichkeit des Elektrodynamometers
in Erg/sec pro Skalenteil,

Q Effektverlust in Erg/sec,

δ Verlustwinkel,

$\Delta Q/Q$ Proz. Abweichung von Rechnung und Messung in Proz.

Kond.	Dielek.	E (V)	ν	ε	$\sin \delta$	$Q_{\text{gem.}}$	$Q_{\text{ber.}}$	$\frac{\Delta Q}{Q} \%$
A	Papier	105,3	50,3	8,88	0,0260	835	867	+ 3,8
B	"	105,4	50,3	7,94	0,0555	3390	3533	+ 4,1
C	"	104,5	50,3	24,4	0,0903	11390	11340	- 0,4
D	Glas	105,2	50,3	11,60	0,0256	3750	3810	+ 1,6
E	"	104,8	50,3	7,85	0,0218	1263	1450	+ 13,8
F	"	105,3	50,3	7,80	0,0218	1108	1360	+ 23

Diese Tabelle enthält die Hauptresultate für die festen Dielektriken. Aus ihr geht hervor, daß sich aus den dielektrischen Nachwirkungserscheinungen statischer Natur die

Wechselstromverluste für nicht hohe Frequenzen und Spannungen berechnen lassen; zum Teil liegt die Übereinstimmung ganz innerhalb der Fehlergrenzen der Messung, zum Teil ist die qualitative Übereinstimmung wenigstens nachgewiesen. Es gelang mir nicht, den Grund der Abweichungen, den der zweitletzte und namentlich der letzte Glaskondensator zeigen, sicher festzustellen; diese Differenzen ergaben sich auch bei wiederholten Messungen. Man kann vermuten, daß ein anomaler Leitungseffekt, ähnlich wie wir ihn bei den flüssigen Dielektriken werden kennen lernen, die Messung des Nachladungsstromes fälscht, oder daß diese Dielektriken, bei denen ja ein stationärer Leitungsstrom nachgewiesen werden konnte, die Voraussetzung der Theorie, Umkehrbarkeit der Ladungsvorgänge (Superpositionsprinzip) nicht streng erfüllen. Bessere Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung zeigen die Papierkondensatoren; auf sie ist die Theorie offenbar in vollem Umfange anwendbar. Sie erwiesen sich auch, mit Ausnahme des dritten (C), als bedeutend bessere Isolatoren als Glas. Aus dem Ganzen geht jedoch deutlich hervor, daß die Wechselstromverluste vor allem der dielektrischen Nachwirkung zugeschrieben werden müssen; die Leitungsverluste durch Joulesche Wärme kommen dagegen gar nicht in Betracht. Es wird dies bei hohen Frequenzen noch mehr der Fall sein, als bei niederen.

Wir haben die Berechnung mit Hilfe der empirischen Näherungsformel $\varphi(t) = \beta t^{-n}$, $0 < n < 1$, durchgeführt; infolgedessen können in der Rechnung noch Fehler stecken, die vom Gültigkeitsbereich dieser Näherungsformel abhängen. Da für $t = 0$, $\varphi(t) = \infty$ wird, ist möglicherweise ein zu großer berechneter Effektverlust zu erwarten. Auf das physikalisch Unwahrscheinliche eines unendlich großen Anfangswertes für $\varphi(t)$ wurde schon p. 311 hingewiesen; es würde dies einen unendlich großen Anfangswert des Nachladungsstromes bedingen. Auch gibt die vollständige Wagnersche Theorie einen endlichen Betrag für den Beginn des Nachladungsstromes. Offenbar ist dieser Betrag bei unseren Dielektriken aber verhältnismäßig sehr groß, zeigte doch die Messung des Nachladungsstromes selbst bei sehr kleinen Zeiten von ungefähr 0,001 Sek. keine Annäherung an eine endliche Grenze. Übrigens würde man praktisch, auch wenn man der Näherungsformel

$$\varphi(t) = \beta t^{-n}, \quad 0 < n < 1,$$

unbeschränkte Gültigkeit zuspräche, nie zu unendlich großen Nachladungsströmen geführt, so wenig als praktisch unendlich große Leitungsströme vorkommen. Denn da der Nachladungsstrom der Potentialdifferenz an den Kondensatorbelegungen proportional ist, ein Kondensator sich aber infolge der Zuleitungswiderstände immer erst in endlicher Zeit auf das erteilte Potential aufladet, so folgt als genaue Formel für den Nachladungsstrom:

$$i = E \left(1 - e^{-\frac{1}{WC_0}t} \right) \beta C_0 t^{-n}.$$

Dieser Ausdruck verschwindet für $t = 0$. $(i)_{t=0} = 0$. Analog beginnt bei sinusförmiger Spannung der Nachladungsstrom mit dem Werte Null:

$$i = E_0 \sin \omega t \beta C_0 t^{-n}$$

$$(i)_{t=0} = 0.$$

Damit soll nicht versucht werden, die Form $\varphi(t) = \beta t^{-n}$ über ihre empirische Bedeutung hinauszuhoben; es wird aber verständlich gemacht, daß es praktisch unmöglich sein kann, den wahren Anfangswert von $\varphi(t)$ zu finden; er wird eben durch die „normalen“ Ladungsvorgänge des Kondensators, schließlich vollständig verwischt. Zur Veranschaulichung seien zwei Beispiele angeführt, bei denen ich mit der Zeitmessung mit der Mikrometerschraube (Schaltungsschema I) so weit hinunter ging, daß noch die ganze „normale“ Ladung des Versuchskondensators bestimmt wurde. Durch Bildung der Differenzenquotienten nach der Zeit erhielt man wieder die Gesamtstromstärke J ; sie setzt sich zusammen aus der Stromstärke des „normalen“ Ladungsstromes i' und des Nachladungsstromes i . Erstere kann man berechnen aus der elektromotorischen Kraft E , dem Widerstand W und der Kapazität C_0 , letztere aus den bekannten Materialkonstanten und der Formel

$$i = E \left(1 - e^{-\frac{1}{WC_0}t} \right) \beta C_0 t^{-n},$$

so daß ein zahlenmäßiger Vergleich möglich ist. Also:

$$\begin{cases} J = i' + i \\ i' = \frac{E}{W} e^{-\frac{1}{WC_0}t} \\ i = E \left(1 - e^{-\frac{1}{WC_0}t} \right) \beta C_0 t^{-n}. \end{cases}$$

Kondensator B (Papier).

$$E = 103,9 \text{ V} \quad C_0 = 0,001740 \text{ MF} \quad G = 0,502 \text{ MF} \quad W = 10000 \Omega$$

$$\beta = 0,158 \quad n = 0,75$$

$t \text{ sec}$	$i_{\text{ber.}}$	$i'_{\text{ber.}}$	$J_{\text{ber.}}$	$J_{\text{gem.}}$
$1,64 \cdot 10^{-6}$	$598 \cdot 10^{-7}$	$94270 \cdot 10^{-7}$	$94870 \cdot 10^{-7}$	$90450 \cdot 10^{-7}$
4,92	731	78050	78781	84750
8,20	750	65000	65750	52100
14,78	746	44350	45100	47770
34,44	596	14330	14930	13470
50,92	488	5580	6070	6940
223,4	170	0,29	170,5	200

Kondensator D (Glas).

$$E = 103,8 \text{ V} \quad C_0 = 0,00419 \text{ MF} \quad G = 1,002 \text{ MF} \quad W = 10000 \Omega$$

$$\beta = 0,135 \quad n = 0,66$$

$t \text{ sec}$	$i_{\text{ber.}}$	$i'_{\text{ber.}}$	$J_{\text{ber.}}$	$J_{\text{gem.}}$
$1,64 \cdot 10^{-6}$	$152 \cdot 10^{-7}$	$99420 \cdot 10^{-7}$	$99570 \cdot 10^{-7}$	$113200 \cdot 10^{-7}$
4,93	212	91880	92090	94500
8,20	243	85000	85250	82300
11,49	260	78580	78840	76100
21,38	282	63120	63400	57200
37,80	296	4200	42300	43300

Die Messung so kleiner Zeiten geht an die Leistungsgrenze des Pendels. Man sieht aber, daß der normale Ladungsstrom den Nachladungsstrom vollkommen überdeckt, so daß aus dem gemessenen Strom $J_{\text{gem.}}$ über letzteren nichts mehr ausgesagt werden kann.

Aus all dem geht hervor, daß die Formel

$$\varphi(t) = \beta t^{-n}$$

für die Nachwirkungsfunktion $\varphi(t)$ als gute Näherung mit großem Gültigkeitsbereich zu betrachten ist.¹⁾ Sie ergibt sich aus der Wagnerschen Theorie der unvollkommenen Dielektriken bei kleinen Verteilungskonstanten „ b “. Es ist dann (vgl. p. 314):

$$n = 1 + 2b^2 \log \text{nat} \frac{\tau}{T_0},$$

1) Vgl. auch das über die Messungen von H. Jordan gesagte, K. W. Wagner, l. c.

wo τ den Zeitwert darstellt, in dessen Umgebung diese Beziehung gilt. Für den Verlustwinkel besteht im Grenzfalle eines sehr kleinen „ b “ ferner die einfache Beziehung:

$$\lim_{b \rightarrow 0} \left(1 + \frac{\Delta C}{C}\right) \operatorname{tg} \delta = \frac{\sqrt{\pi}}{2} k b = 0,886 k b.$$

Nimmt man noch hinzu, daß für

$$\omega = 0, \quad \frac{\Delta C}{C_0} = \frac{\Delta C_{\infty}}{C_0} = k$$

ist¹⁾, so lassen sich aus den experimentellen Daten die Größen k , b und T_0 schätzungsweise bestimmen. Unter Vernachlässigung von $\Delta C/C_0$ gegen 1, was für Wechselstrom von 50 Perioden auf einen Fehler von höchstens einigen Prozenten hinauskommt, und unter Gleichsetzung von $\operatorname{tg} \delta = \sin \delta$, da ja δ ein kleiner Winkel ist, berechnet man:

Kond.	$1 - n$	$\sin \delta$	$k = \frac{\Delta C_{\infty}}{C_0}$	b
A	0,211	0,0260	0,75	0,039
B	0,253	0,0555	1,38	0,046
C	0,215	0,0903	1,53	0,067
D	0,338	0,0256	0,83	0,035
E	0,303	0,0218	0,78	0,032
F	0,300	0,0218	0,97	0,025

Man erhält in der Tat eine kleine Verteilungskonstante b .²⁾ Dies hat eine äußerst lose Gruppierung der verschiedenen Zeitkonstanten T um ihren wahrscheinlichsten Wert T_0 zur Folge. Dieser selbst berechnet sich zu einer hohen Zehnerpotenz, so daß die ihm entsprechende Nachwirkung sich z. B. noch nach Jahren bemerkbar machen muß. Nachwirkungen ähnlich großer Dauer sind allerdings schon beobachtet worden.³⁾

1) K. W. Wagner, l. c. p. 841.

2) Wir möchten nicht versäumen, darauf hinzuweisen, daß Beobachtungen über die elastische Nachwirkung von Glas zu Konstanten analoger Größe führen. Vgl. E. Wiechert, l. c. p. 549.

3) E. v. Schweidler, l. c. p. 758; auch E. Schreiber, Ann. d. Phys. p. 806. 1913.

2. Flüssige Dielektriken.

a) Die Anomalien des Leitungsstromes.

Die flüssigen Dielektriken wurden in vernickelten Zylinderkondensatoren untersucht, die vom Mechaniker des Institutes hergestellt waren. Zwei Röhrensysteme a, a, a und b, b, b sind je auf eine gestufte Scheibe A bzw. B mittels fein geschnittener Gewinde aufgeschraubt. Das System a, a, a hängt in der Deckelscheibe D aus 0,5 cm dickem Spiegelglas. Durch den Ring R , über den die Deckelscheibe etwas vorsteht, wird es in den äußersten Zylinder des Systemes b, b, b geklemmt und festgehalten, so daß die beiden Zylindersysteme genau konzentrisch ineinander passen. Die Deckelscheibe besitzt ein Loch zum Einfüllen der Flüssigkeit bzw. zum Eintauchen eines Thermometers. Die inneren Zylinder sind mit kleinen Durchbohrungen versehen, zum Ausgleich der Flüssigkeit bei ungleicher Füllung. K, K sind die Anschlußklemmen. Die Kondensatoren konnten vollständig zerlegt und nach Gebrauch die Bestandteile einzeln gereinigt werden. Sie standen mir in drei verschiedenen Größen zur Verfügung:

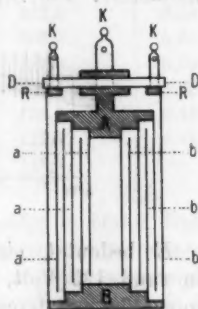


Fig. 4.

Größe	Höhe	Durchmesser	Zahl der Zylinder	Kapazität (Luft)
A	160 mm	55 mm	4 + 4	$4,20 \cdot 10^{-4}$ MF
B	160 „	47 „	3 + 3	$1,675 \cdot 10^{-4}$ „
C	200 „	60 „	2 + 2	$0,960 \cdot 10^{-4}$ „

Das innere Zylindersystem kam mit der Spannungsquelle in Verbindung; an das äußere wurde der Hilfskondensator bzw. das Elektrodynamometer angeschlossen. Die Zuverlässigkeit der Isolation der einzelnen Leitungsteile wurde von Zeit zu Zeit mit dem Blattelektroskop nachgeprüft.

Im Laufe der Untersuchung zeigte es sich, daß die flüssigen Dielektriken einige Analogien, aber auch prinzipielle Unterschiede zum Verhalten fester Dielektriken bei Gleichstrom und bei Wechselstrom aufweisen.

Beim Anlegen einer konstanten Spannung an einen Flüssigkeitskondensator tritt ein Strom auf, der in einem großen

Zeitintervall übereinstimmenden Verlauf hat wie der Nachladungsstrom fester Dielektriken¹⁾; es gilt für ihn auch das Gesetz:

$$i = B t^{-n}; \quad 0 < n < 1.$$

Nach dem Beispiele früherer Beobachter prüfte ich dies mit einer einfachen Messung mit Hilfe eines empfindlichen Galvanometers. Die Schaltung ist beistehend skizziert:

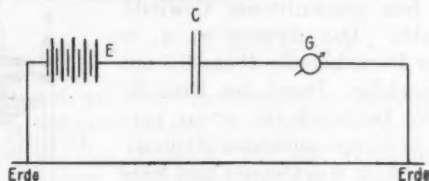


Fig. 5.

E bedeutet eine Hochspannungsbatterie (Klingelfuß) von rund 125 Volt, C den Versuchskondensator, G das Galvanometer. Letzteres, ein Instrument von Siemens & Halske, eichte ich absolut durch Stromabzweigung und fand bei einem Skalenabstand von 2300 mm eine Empfindlichkeit von $2,27 \cdot 10^{-10}$ A pro Skalenteil. Auf diese Weise ergaben sich z. B. für Schwefelkohlenstoff und Petroleum innerhalb eines Zeitraumes von 1–30 Minuten folgende Resultate:

Kondensator B (Schwefelkohlenstoff).

$$E = 124,3 \text{ V}$$

$$\vartheta = 17,0^\circ \text{ C.}$$

$$n = \frac{\Delta \log i}{\Delta \log t}$$

t min	i^A	n	t min	i^A	n
1,50	$1,042 \cdot 10^{-7}$	0,25	5,00	$0,796 \cdot 10^{-7}$	0,22
1,75	1,010	0,21	5,50	0,779	0,23
2,00	1,000	0,25	6,00	0,764	0,24
2,25	0,949	0,21	7,00	0,735	0,25
2,50	0,927	0,22	8,00	0,711	0,25
2,75	0,907	0,23	9,00	0,697	0,26
3,00	0,890	0,21	10,00	0,672	0,27
3,25	0,875	0,21	11,00	0,656	0,27
3,50	0,861	0,23	12,00	0,641	0,27
3,75	0,848	0,20	13,00	0,627	0,29
4,00	0,837	0,23	14,00	0,614	0,28
4,50	0,815	0,23	15,00	0,602	0,31

1) Vgl. z. B. auch E. v. Schweidler, l. c. p. 754.

Kondensator A (Petroleum).

 $E = 125,2 \text{ V}$ $\vartheta = 16,5^\circ \text{ C.}$

$t \text{ min}$	i^A	n	$t \text{ min}$	i^A	n
1,50	$438,8 \cdot 10^{-10}$	0,42	6,00	$255,8 \cdot 10^{-10}$	0,45
1,75	412,7	0,39	7,00	238,6	0,54
2,00	390,8	0,43	8,00	222,0	0,48
2,25	371,6	0,39	9,00	209,0	0,64
2,50	356,8	0,37	10,00	195,9	0,29
2,75	344,3	0,32	15,00	154,4	0,22
3,00	334,8	0,37	20,00	128,9	0,18
4,00	300,8	0,39	25,00	122,1	0,18
5,00	276,0	0,42	30,00	118,1	—

Die Übereinstimmung des Stromverlaufes in erster Näherung mit dem Gesetze $i = B t^{-n}$ ist unverkennbar, wenn auch beim Schwefelkohlenstoff der Exponent n mit wachsender Zeit langsam zunimmt; beim Petroleum dagegen sind die letzten Exponenten kleiner als die ersten. Dieser Strom ist trotz seiner Ähnlichkeit mit dem Nachladungsstrom fester Dielektriken scharf von jenem auseinander zu halten.¹⁾ Vor allem ist er nicht umkehrbar, d. h. er gibt zu keiner Rückstandsbildung Veranlassung. Ich konnte bei allen Flüssigkeiten, die ich untersuchte, sowohl mit dem Galvanometer als mit dem Elektrometer stets nur Spuren von Rückstand oder chemischer Polarisation der Elektroden finden, die nach einigen Minuten Kurzschlusses verschwunden waren.

Man hat bei den Flüssigkeiten ohne Zweifel eigentliche Ionenleitung anzunehmen. Ob diese einer bestimmten Eigenleitfähigkeit der Substanz zukommt, erscheint jedoch fraglich, da sie von zufälligen, oft spurenhafte Verunreinigungen stark abhängt. Es liegt eher nahe, wenigstens bei unseren Beispielen, diesen Verunreinigungen den Grund der Leitung zuzuschreiben und das ideal reine Dielektrikum als vollkommenen Nichtleiter anzusehen.

Wie aus den Untersuchungen von H. Jordan²⁾ und auch aus unseren Resultaten hervorgeht, ist bei einigen festen

1) Vgl. E. v. Schweidler, *l. c.* p. 755.

2) H. Jordan, *l. c.*

Dielektriken der Gültigkeitsbereich der Formel für den Nachladungsstrom $i = B t^{-n}$ ein großer; man kann aus dem Verlauf bei späteren Zeiten auf den Verlauf bei sehr kleinen Zeiten und auf die Wechselstromeffektverluste zurückschließen. Flüssigkeiten zeigen hier ein ganz abweichendes Verhalten. Vor der Messung mit dem Galvanometer bestimmte ich nach Schaltungsschema I die Stromstärken, die ganz zu Beginn in einem Zeitraume von 0,005—0,225. Sek. auftreten. Diese verglich ich mit den entsprechenden Stromstärken, die man aus den Galvanometermessungen extrapoliert. Die Zahlen seien für die aufgeführten Beispiele des Kondensators mit Schwefelkohlenstoff und mit Petroleum mitgeteilt:

Kondensator B (Schwefelkohlenstoff).

Anfangsstromstärken:

$$E = 124,3 \text{ V} \quad G = 0,300 \text{ MF} \quad W = 10000 \text{ } \Omega \quad \vartheta = 17,0^\circ \text{ C.}$$

$$\text{Extrapolationsformel: } i = 2,86 \cdot t^{-0,225} \cdot 10^{-7} \text{ A/sec.}$$

$t \text{ sec}$	$t' \text{ sec}$	$e \text{ coul}$	i^A	$i^A \text{ ber.}$
0,00467		$0,0541 \cdot 10^{-6}$		$9,60 \cdot 10^{-7}$
0,1183	0,0825	0,1048	$4,46 \cdot 10^{-7}$	7,79
0,2265	0,1724	0,1531	4,46	6,73

Kondensator A (Petroleum).

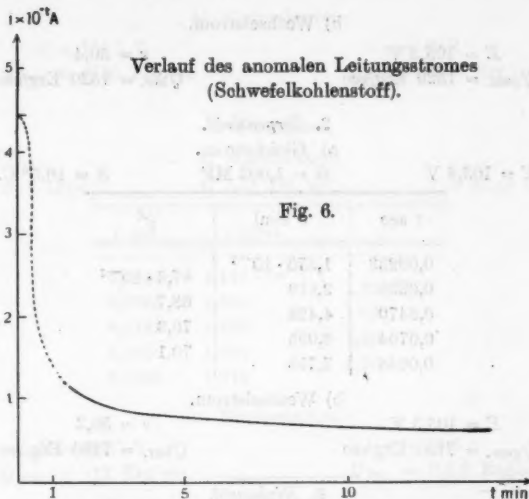
Anfangsstromstärken:

$$E = 125,2 \text{ V} \quad G = 0,300 \text{ MF} \quad W = 10000 \text{ } \Omega \quad \vartheta = 16,9^\circ \text{ C.}$$

$$\text{Extrapolationsformel: } i = 6,13 \cdot t^{-0,394} \cdot 10^{-7} \text{ A/sec.}$$

$t \text{ sec}$	$t' \text{ sec}$	$e \text{ coul}$	i^A	$i^A \text{ ber.}$
0,00467		$1,078 \cdot 10^{-7}$		$32,9 \cdot 10^{-7}$
0,0235	0,0141	1,090	$0,63 \cdot 10^{-7}$	20,5
0,0704	0,0470	1,113	0,48	15,6
0,1183	0,0478	1,143	0,63	13,2
0,1698	0,0515	1,175	0,62	11,6
0,2265	0,0567	1,213	0,66	

Von einer Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung ist keine Rede; vielmehr zeigt sich die bemerkenswerte Tatsache, daß bei flüssigen Dielektriken die Stromstärke mit konstanten, verhältnismäßig nicht sehr großen Werten beginnt. Man hat also einen zeitlichen Verlauf folgender Art anzunehmen:



Das punktierte Stück der Kurve ist nicht beobachtet. Für die Berechnung der Wechselstromeffektverluste folgt, daß diese der konstanten Anfangsleitfähigkeit entsprechen müssen und daher nicht von der Frequenz abhängen werden.

b) Die Wechselstromverluste.

Es wurde an einer Reihe flüssiger Dielektriken nach den ausführlich beschriebenen Methoden die Anfangsleitfähigkeit bzw. der Anfangswiderstand gemessen (Schaltungsschema I). Daraus war der Wechselstromverlust zu berechnen, der am Elektrodynamometer zum Vergleich direkt bestimmt wurde (Schaltungsschema III). Die Ergebnisse sind folgende:

1. Schwefelkohlenstoff.

a) Gleichstrom.

$E = 103,7 \text{ V}$ $G = 0,502 \text{ MF}$ $\vartheta = 16,8^\circ \text{ C.}$

$t \text{ sec}$	$q \text{ coul}$	i^A	W^Q
0,00233	$1,138 \cdot 10^{-7}$	$14,1 \cdot 10^{-7}$	$7,31 \cdot 10^{-7}$
0,0235	1,440	13,3	7,75
0,0470	1,776	14,9	6,93
0,0704	2,125	14,5	7,12
0,0946	2,475	15,1	6,84
0,1183	2,848	14,7	7,02
0,1440	3,228	16,1	6,40
0,1698	3,642	15,9	6,50
0,1973	4,082		

b) Wechselstrom.

$$E = 105,3 \text{ V} \quad \nu = 50,4$$

$$Q_{\text{gem.}} = 1529 \text{ Erg/sec} \quad Q_{\text{ber.}} = 1520 \text{ Erg/sec}$$

2. *Terpentinöl*.

a) Gleichstrom.

$$E = 103,8 \text{ V} \quad G = 1,002 \text{ MF} \quad \vartheta = 16,5^\circ \text{ C.}$$

$t \text{ sec}$	$e \text{ coul}$	i^A
0,00233	$1,370 \cdot 10^{-7}$	$67,6 \cdot 10^{-7}$
0,0235	2,819	68,7
0,0470	4,428	70,3
0,0704	6,095	70,1
0,0946	7,755	

b) Wechselstrom.

$$E = 105,3 \text{ V} \quad \nu = 50,3$$

$$Q_{\text{gem.}} = 7150 \text{ Erg/sec} \quad Q_{\text{ber.}} = 7180 \text{ Erg/sec}$$

3. *Rizinöl*.

a) Gleichstrom.

$$E = 103,5 \text{ V} \quad G = 0,502 \text{ MF} \quad \vartheta = 16,5^\circ \text{ C.}$$

$t \text{ sec}$	$e \text{ coul}$	i^A
0,00233	$1,985 \cdot 10^{-7}$	$2,86 \cdot 10^{-7}$
0,0235	2,044	2,88
0,0704	2,177	2,80
0,1183	2,312	2,76
0,1698	2,451	2,79
0,2265	2,612	

b) Wechselstrom.

$$E = 105,1 \text{ V} \quad \nu = 50,3$$

$$Q_{\text{gem.}} = 308 \text{ Erg/sec} \quad Q_{\text{ber.}} = 285,5 \text{ Erg/sec}$$

4. *Benzol* (mehrmals gebraucht).

a) Gleichstrom.

$$E = 126,5 \text{ V} \quad G = 0,502 \text{ MF} \quad \vartheta = 18,1^\circ \text{ C.}$$

$t \text{ sec}$	$e \text{ coul}$	i^A
0,00467	$1,350 \cdot 10^{-7}$	$31,3 \cdot 10^{-7}$
0,0235	2,020	29,5
0,0470	2,718	30,2
0,0705	3,424	

b) Wechselstrom.

$$E = 105,2 \text{ V} \quad \nu = 50,2$$

$$Q_{\text{gem.}} = 2560 \text{ Erg/sec} \quad Q_{\text{ber.}} = 2500 \text{ Erg/sec}$$

5. Petroleum.

a) Gleichstrom.

$$E = 125,4 \text{ V} \quad G = 0,200 \text{ MF} \quad \vartheta = 17,8^\circ \text{ C.}$$

$t \text{ sec}$	$c \text{ coul}$	i^A
0,0234	$1,144 \cdot 10^{-7}$	$1,32 \cdot 10^{-7}$
0,0705	1,206	1,32
0,1183	1,269	1,20
0,1698	1,331	1,20
0,2265	1,379	

b) Wechselstrom.

$$E = 104,7 \text{ V} \quad \nu = 50,3$$

$$Q_{\text{gem.}} = 112 \text{ Erg/sec} \quad Q_{\text{ber.}} = 105,0 \text{ Erg/sec}$$

Aus den angeführten Beispielen geht die Konstanz der Anfangsleitwerte sowie die Übereinstimmung der daraus berechneten Effektverluste mit den direkt gemessenen deutlich hervor. Es ist somit, im Gegensatz zu den festen Dielektriken, keine Abhängigkeit dieser Verluste von der Frequenz zu erwarten. Dieser Umstand, der in engstem Zusammenhange damit steht, daß feste Dielektriken Rückstände bilden, flüssige aber keine, bedeutet den fundamentalen Unterschied der festen und flüssigen Dielektriken bezüglich der Effektverluste im elektrischen Wechselfeld.

Die Verluste flüssiger Dielektriken sind eigentlicher Leitfähigkeit zuzuschreiben. Sie ist jedoch nicht als eine für die Substanz charakteristische Größe anzusehen, sondern wechselt mit deren Reinheit und besonderer Beschaffenheit sehr stark. Bei Paraffinöl und Vaselineöl, die als gute Isolatoren bekannt sind, ließ sich kein meßbarer Effektverlust nachweisen; ebenso bei ganz reinem Petroleum, Benzol (Kahlbaum), Xylol (Kahlbaum) und Toluol (Kahlbaum). Bei Schwefelkohlenstoff, mit dem ich ausführliche Versuche unternahm, konnten durch wiederholte Destillation Leitfähigkeit und Wechselstromverlust bis auf den zehnten Teil des ursprünglichen Wertes heruntergedrückt werden. Die mitgeteilten Resultate beziehen

sich auf käufliche Substanzen, die weiter keinem Reinigungsprozeß unterworfen wurden. Daß bei flüssigen Dielektriken, die ein äußerst kleines Leitvermögen besitzen, fast keine Wechselstromverluste nachzuweisen sind, ist schon von früheren Beobachtern festgestellt worden.¹⁾

Es mag beiläufig noch erwähnt werden, daß die zur Bestimmung der Leitfähigkeit flüssiger Dielektriken benutzte Methode (Schaltungsschema I) zugleich zu einer bequemen Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten dienen kann. Man hat die Größe ϵ , die Elektrizitätsmenge, die durch die Zuleitung des Kondensators geflossen ist, linear auf die Zeit Null zu extrapolieren, und erhält dann als Kapazität des mit Flüssigkeit gefüllten Kondensators:

$$C_F = \frac{e_0}{E}.$$

Da die Kapazität mit Luft als Zwischenmedium bekannt ist, so ergibt sich:

$$\epsilon = \frac{C_F}{C_L}.$$

Für Schwefelkohlenstoff findet man z. B. aus dem Beispiel 1:

$$\epsilon = \frac{1,069 \cdot 10^{-9}}{0,420 \cdot 10^{-9}} = 2,55.$$

Schluß.

Es war das Ziel der vorliegenden Untersuchung, die Effektverluste von Kondensatoren im elektrischen Wechselfelde direkt zu messen und zu versuchen, ob sie sich quantitativ mit den Anomalien der Ladung und der Leitfähigkeit in Zusammenhang bringen lassen. Unter Anomalien der Ladung wird das Auftreten eines „Nachladungsstromes“ nach erfolgter „normaler“ Ladung und die damit verbundene Rückstandsbildung bezeichnet; unter Anomalien der Leitung die Erscheinung, daß einem konstanten elektrischen Felde kein konstanter Leitungsstrom des Dielektrikums entspricht, sondern daß dieser eine zeitliche Abnahme zeigt.

Die beiden Phänomene sind insofern zu trennen, als der erstere sich ausgesprochen nur bei festen Dielektriken findet,

1) Vgl. z. B. H. Düggelin, Vierteljahrsschr. d. naturforsch. Ges. Zürich 40. p. 121. 1895.

der letztere bei flüssigen; es ist jedoch denkbar, daß auch Übergänge und gleichzeitiges Auftreten beider Effekte vorkommen. Der erste wird durch die v. Schweidler-Wagner'sche Theorie auf das Vorhandensein dielektrischer Nachwirkung zurückgeführt, der letztere auf Ionenleitung. Die dielektrische Nachwirkung zeigt Proportionalität mit der Feldstärke und „Umkehrbarkeit“, d. h. sie befolgt das „Superpositionsprinzip“; auf Grund dieser Eigenschaften ist eine Vorausberechnung der Wechselstromverluste aus statischen Beobachtungen möglich. Die Leitungserscheinungen sind nicht „umkehrbar“; sie ergeben im Wechselfelde einen Verlust, der genau der verbrauchten Jouleschen Stromwärme entspricht.

Unsere Rechnungen stützen sich auf die Kenntnis des Verlaufes der Anomalien bei sehr kleinen Zeiten. Während bei flüssigen Dielektriken bei kleinen Zeiten eine konstante Leitfähigkeit zu finden ist, nimmt der Nachladungsstrom fester Dielektriken mit abnehmender Zeit sehr stark zu, ohne daß das Erreichen eines endlichen Grenzwertes erkennbar ist. Dieser Verlauf läßt sich in guter Näherung darstellen durch die Gleichung:

$$i = E C_0 \beta t^{-n}; \quad 0 < n < 1$$

und führt zu einem Effektverlust im Wechselfelde, der den Verlust durch stationäre Leitung um mehr als das Hundertfache überwiegen kann. Da dieser Verlust mit der Frequenz zunimmt (in erster Näherung proportional), ergibt sich bei hohen Frequenzen daraus die Folge, daß Kondensatoren mit dielektrischer Nachwirkung bedeutend höhere Verluste aufweisen können als Flüssigkeitskondensatoren, selbst wenn bei niederen Frequenzen diese die größeren Verluste besitzen.

Der Vergleich mit den direkten Messungen zeigt, daß die zum Teil genäherte Art unserer Rechnung statthaft ist. Es ergibt sich bei festen Dielektriken ein Effektverlust, der fast vollständig dielektrischer Nachwirkung zugeschrieben werden muß. Neben den ganz geringen Verlusten, die von einem gewissen Leitvermögen herrühren, sind Verluste, die nur in dem Wechseln des Feldes ihren Grund haben, nicht nachzuweisen. Als solche wären z. B. die Absorption der elektrischen Schwingungen im Dielektrikum, analog wie sie

Drude¹⁾ im Zusammenhange mit den Dispersionserscheinungen bei zahlreichen Flüssigkeiten fand, denkbar. Diese Untersuchungen sind aber bei so kleinen Schwingungsdauern ausgeführt ($T \sim 10^{-8}$ Sek.), daß ihre Größe mit der Schwingungsdauer intramolekularer Vorgänge vergleichbar ist, während bei technischen Wechselströmen dies nicht der Fall ist. Es sind also die von uns gemessenen Verluste ganz anderer Natur; sie scheinen insbesondere vom Aggregatzustand abhängig zu sein. Solange sie ihrem Wesen nach nicht näher bekannt sind, wird es berechtigt sein, von „dielektrischer Nachwirkung“ oder von „viskoser Hysterese“ zu sprechen, ohne mit diesen Ausdrücken ein spezielles molekularphysikalisches Bild zu verbinden. Für uns mag es genügen, den Zusammenhang zwischen den statischen Erscheinungen und den Effektverlusten im elektrischen Wechselfeld an einigen Beispielen quantitativ nachgewiesen und so zur Stützung der v. Schweidler-Wagnerschen Theorie beigetragen zu haben. Letzterer selbst muß man trotz einer gewissen Anschaulichkeit hauptsächlich formalen Charakter zuschreiben; es ist aber bemerkenswert, daß sie, auf einfacher Grundlage aufgebaut, sehr umfassend ist. Inwiefern sie sich auf das Verhalten flüssiger Dielektriken übertragen läßt, für welches einige Analogien vorliegen, und inwiefern die große Ähnlichkeit mit den Erscheinungen der elastischen Nachwirkung einem inneren Zusammenhang entspricht, sind Fragen, deren Beantwortung für die Lösung des gesamten Problems von größter Bedeutung wäre, die aber auch auf große Schwierigkeiten führen dürften.

Zusammenfassung.

Es wurde an festen und flüssigen Dielektriken der Zusammenhang zwischen den Effektverlusten im elektrischen Wechselfeld und den anomalen Erscheinungen der Ladung (Nachladung, Rückstandsbildung) und der Leitung (Abweichungen vom Ohmschen Gesetz) untersucht.

1. Es wurden Methoden ausgearbeitet:

a) Mit dem Helmholtzschen Pendel zur Bestimmung des Stromverlaufes in Kondensatoren unter Einfluß einer

1) P. Drude, Wied. Ann. 61. p. 466. 1897; 59. p. 17. 1896; 58. p. 1. 1896; 60. p. 500. 1897.

konstanten Spannung zu Zeiten, die der Periodendauer technischer Wechselströme vergleichbar sind.

b) Mit dem Elektrodynamometer von Sumpner in Resonanzschaltung zur Bestimmung der Effektverluste von Kondensatoren bei nicht zu hohen Spannungen und Frequenzen.

2. Es ergab sich:

a) Die Wechselstromverluste fester Dielektriken rühren überwiegend von dielektrischer Nachwirkung her und können aus zwei, durch statische Messungen gewonnene Materialkonstanten berechnet werden. Die Verluste durch Joulesche Wärme betragen geringe Bruchteile (< 1 Proz.) der Gesamtverluste. Zusätzliche Verluste anderer Art im Wechselfeld sind nicht nachzuweisen.

b) Die Wechselstromverluste flüssiger Dielektriken sind auf Leitung durch Ionen zurückzuführen und verschwinden mit zunehmender Reinheit der Substanzen.

Die Resultate enthalten eine Bestätigung der v. Schweidler-Wagnerschen Theorie der unvollkommenen Dielektriken.

Die vorliegende Arbeit wurde vom Sommer 1913 bis Frühjahr 1915 mit Unterbrechung eines halben Jahres im Physikalischen Institut der Universität Zürich ausgeführt. Meinem verehrten Chef, Herrn Prof. Dr. A. Kleiner, der mich auf das Untersuchungsgebiet hinwies, möchte ich für das große Entgegenkommen, das er mir stets bewies, vielen Dank aussprechen.

Zürich, 18. Juni 1915.

(Eingegangen 7. August 1915.)

3. Zur Kapillaritätstheorie der Kristallgestalt¹⁾; von P. Ehrenfest.

§ 1.

W. Gibbs²⁾ und P. Curie³⁾ haben bekanntlich die folgende Auffassung entwickelt und thermodynamisch begründet: Ein Kristall befindet sich in einer Auflösung nur dann in thermodynamischem Gleichgewicht, wenn er diejenige Form hat, bei welcher die (freie) Energie seiner Oberfläche einen kleineren Wert hat als bei jeder anderen Form von gleichem Volumen. Daß diese Gleichgewichtsform nicht die Kugel ist (d. h. die Form kleinster Oberfläche), sondern ein Polyeder, beruht nach Gibbs und Curie auf dem folgenden Umstand. Die Oberflächenenergie eines Oberflächenelementes einer Kristallsubstanz hängt von der kristallographischen Orientierung des Elementes ab, und zwar in verschiedenen Stoffen noch auf verschiedene Weise.

Seien $k_1, k_2, k_3 \dots$ die Kapillaritätskonstanten der verschiedenen orientierten Flächen; S_1, S_2, \dots die entsprechenden Flächeninhalte; V das Volumen des Kristalls; dann ist also die Gleichgewichtsform charakterisiert durch:

$$(1) \quad \Sigma k_i S_i = \text{minim bei } V = \text{const.}$$

G. Wulff⁴⁾ hat aus Gleichung (1) eine merkwürdig elegante geometrische Eigenschaft der Gleichgewichtsform abgeleitet,

1) Zuerst erschienen in Verlagen der Akad. v. Wetensch. Amsterdam, 29. Mai 1915.

2) W. Gibbs, Thermodynamische Studien, p. 320.

3) P. Curie, Bull. de la Soc. Min. de France 8. p. 145. 1885 u. Oeuvres, p. 153. Über die Beziehungen zwischen den Theorien von Gibbs u. Curie vgl. J. J. P. Valetton, Kristallform und Löslichkeit. Diss. Amsterdam 1915 u. Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss. 67. 1915.

4) G. Wulff, Zeitschr. f. Kristallogr. 84. p. 449. 1901. Der Beweis, den Wulff noch unvollständig gegeben hatte, ist später durch Hilton verbessert: H. Hilton, Centralbl. f. Mineral. 1901, p. 753 u. Mathem. Crystallogr. (Oxford 1903), p. 106. Vgl. auch H. Liebmann, Zeitschr. f. Kristallogr. 58. p. 171. 1914.

die uns die folgenden Ausführungen erleichtert: Innerhalb einer durch Gleichung (1) charakterisierten Gleichgewichtsform existiert stets ein Punkt W (wir wollen ihn den Wulffschen Punkt nennen), so gelegen, daß seine Normaldistanzen n_1, n_2, \dots von den verschiedenen Flächen S_1, S_2, \dots direkt proportional mit den Kapillarkonstanten k_1, k_2, \dots dieser Flächen sind:

$$(2) \quad n_1 : n_2 : n_3 \dots = k_1 : k_2 : k_3 : \dots$$

Dieses Theorem von Wulff liefert uns unmittelbar eine Konstruktion der Gleichgewichtsform, sobald für jede Normalenrichtung der entsprechende Wert von k gegeben ist: Tragen von einem willkürlichen Punkt W aus nach allen Richtungen Strecken ab, proportional mit den entsprechenden k -Werten; bringen durch die Endpunkte dieser Strecken Normalebenen an; in der nächsten Umgebung von W bleibt dann ein Raum übrig, in den keine dieser Ebenen eindringt (er wird von den Ebenen umhüllt) — dieser Raum ist die gesuchte Kristallform. Man sieht hier unmittelbar, daß Flächen mit relativ zu großem k so weit von W entfernt liegen, daß sie an der Begrenzung des Kristalls nicht mehr teilnehmen können.¹⁾ Das „Gesetz der (kleinen) rationalen Indizes“ beruht also vom Standpunkt dieser Theorie darauf, daß die Oberflächen mit *kleinen* Indizes im allgemeinen auch besonders *kleine* Kapillaritätskonstanten k besitzen sollen.

Bekanntlich spielt diese Theorie von Gibbs und Curie eine große Rolle in der kristallographischen Literatur. Man hat verschiedene kristallographische Anwendungen davon gemacht²⁾; man hat sie gelegentlich erweitert, indem man neben

1) Sei z. B. im regulären System die Kapillaritätskonstanten der Kubusflächen k_1 , die der Oktaederflächen k_2 . Damit Kubus- und Oktaederflächen gemeinsam vorkommen, muß sein

$$\frac{1}{\sqrt{3}} < \frac{k_1}{k_2} < \sqrt{3}.$$

Vgl. Curie u. Wulff, l. c.

2) Hauptsächlich, um aus der Kristallform auf die Netzdichten und so auf die molekulare Struktur zu schließen. Vgl. besonders E. Feodorow, Zeitschr. f. Kristallogr. **34**—**53**; G. Friedel, Etudes sur la loi de Bravais. Bull. de la Soc. franç. de minér. **81**. p. 326. 1907; H. Tertsch, Neuere Studien über Kristalltrachten. Fortschr. d. Miner. Kristall. **2**. p. 41. 1912. — Anwendung auf Zwillingbildung: H. Hilton, Mineral. Mag. **15**. p. 245. 1909.

den Oberflächenenergien k_1, k_2, \dots auch noch „Kanten-“ und „Eckenenergien“ einführt und diese an der Bestimmung der Gleichgewichtsform teilnehmen ließ¹⁾. In den letzten Jahren hat es auch nicht an Kritik gefehlt, die sich gelegentlich selbst zu einer vollständigen Verwerfung der Gibbs-Curieschen Theorie entschließt.²⁾ Dagegen ist, wie mir scheint, abgesehen von Andeutungen Sohnkes³⁾, die an Bravais anknüpfen, noch kein Versuch unternommen worden, die energetische Theorie von Gibbs und Curie an Hand eines molekularen Schemas zu interpretieren. Ein derartiger Versuch wäre deshalb so sehr zu wünschen, weil man in diesem Gebiet noch eine ganze Reihe von dunklen oder paradoxalen Punkten zu analysieren hat.

Bei der Größe der zu überwindenden Schwierigkeiten werde ich mich auf einen einzigen dieser Punkte beschränken und zeigen, wie man ihn an Hand eines extrem vereinfachten Schemas aufklären kann. Man überblickt bei dieser Gelegenheit desto schärfer, wieviel anderes noch aufzuhellen bleibt.

§ 2. Hängt die Kapillaritätskonstante einer Kristallfläche stetig oder unstetig von ihrer Orientierung ab? — Das Problem der Visinallflächen?

Die polyedrische Gestalt der Kristalle und das Gesetz der (kleinen) rationalen Indizes legt die Annahme einer *unstetigen* Abhängigkeit nahe; diese Annahme scheint denn auch, wenigstens impliziert, von den meisten Kristallographen gemacht worden zu sein, sobald sie sich der Gibbs-Curieschen Theorie bedienen. *Explizit* findet man sie ausgesprochen in zwei oft zitierten Arbeiten von F. Sohnke und G. Wulff.⁴⁾

1) L. Brillouin, Ann. Chim. Phys. (7) 6. p. 540. 1895; B. Vernadsky, Bull. de la Soc. Imp. de Natur. de Moscou 1902, p. 495; P. Pawlow, Zeitschr. f. Kristallogr. 40. p. 189. 1905; 42. p. 120. 1906; Zeitschr. f. phys. Chem. 72. p. 385. 1910.

2) A. Berthoud, Journ. de Chim. phys. 10. p. 624. 1912; G. Friedel, Journ. de Chim. phys. 11. p. 478. 1913. Vgl. auch J. J. P. Valerton, l. c.

3) F. Sohnke, Über Spaltungsflächen und natürliche Kristallflächen, Zeitschr. f. Kristallogr. 13. p. 214. 1888.

4) F. Sohnke, Zeitschr. f. Kristallogr. 13. p. 221. 1888; G. Wulff, ebenda 24. p. 526. 1901. Bei W. Gibbs und P. Curie findet man keine nähere Angabe über die Stetigkeit oder Unstetigkeit.

Diese beiden Autoren nehmen an, daß die *Kapillaritätskonstante* einer Kristallfläche (abgesehen von einem Faktor, der sich stetig mit der Orientierung verändert) *umgekehrt proportional ist mit der Netzdichte der betreffenden Fläche.*¹⁾

Diese Netzdichte ist aber bekanntlich eine sehr unstetige Funktion der Orientierung: so ist sie z. B. für irrational orientierte Flächen, die beliebig wenig gegen die Fläche (1,1,1) verdreht sind, noch immer *unendlich klein* im Verhältnis zur Netzdichte der Fläche (1, 1, 1). Man erkennt hier unmittelbar die Rolle der Flächen mit kleinsten Indizes.

Trotz dieser Berufung auf den Zusammenhang mit der Netzdichte wird man die Annahme einer *unstetig* veränderlichen Kapillaritätskonstante doch sehr sonderbar, wenn nicht selbst paradox finden! Auch bedeutet diese Annahme eine große Schwierigkeit angesichts des häufigen Auftretens der sogenannten „Vizinalflächen“.²⁾

Denn nach Sohnke und Wulff sollten diese Flächen mit besonders großen Indizes (praktisch irrational orientiert) ungewöhnlich große Oberflächenenergie besitzen. Man ist natürlich gerne bereit, Abweichungen von der theoretischen Gleichgewichtsform zuzugeben, in Anbetracht der niemals ganz auszuschließenden Störungen (Unregelmäßigkeiten in der Temperatur, Störungen in der Konzentration usw.). Aber unaufgeklärt und selbst paradox bleibt dann die Tatsache, daß diese kleinen Störungen nun gerade die Flächen mit extrem großer Oberflächenenergie entstehen lassen, und zwar

1) G. Wulff formuliert diese Annahme als Gleichung und charakterisiert dann folgendermaßen — zum Teil mit F. Sohnkes Worten — den Kern von dessen Anschauung: „Nach Sohnke muß ein Zusammenhang zwischen der Oberflächenenergie einer Kristallfläche und ihrer Flächendichtigkeit bestehen. Nämlich für eine Fläche von dichtester Besetzung können die Molekularkräfte keine Arbeit mehr leisten, weil die Teilchen einander nicht weiter genähert werden können: *die potentielle Energie einer solchen Fläche muß also ein Minimum sein.* In dem Maße, als die Flächendichtigkeiten der verschiedenen Kristallflächen geringere sind, müssen die Oberflächenenergien (Kapillarkonstanten) größer sein ...“

2) Unter „Vizinalflächen“ versteht man Flächen, die äußerst wenig (praktisch irrational) gegen Flächen mit *kleinen* Indizes verdreht sind.

diejenigen, die sehr nahe bei den Oberflächen kleinster Energie liegen.¹⁾

§ 3. Geometrisch-physikalische Deutung der Kapillaritätskonstante für ein spezielles Molekularschema; die Oberflächenenergie ergibt sich dabei als stetige Funktion der Orientierung und liefert dennoch ein Polyeder als Gleichgewichtsform. Die Rolle der „vizinalen“ Flächen.

Um den Punkt, auf den es uns allein ankommt, scharf hervortreten zu lassen, nehmen wir ein aufs äußerste vereinfachtes Molekularschema zu Hilfe:

1. Ein zweidimensionales, statt eines dreidimensionalen.
2. Wir sehen von der Wärmebewegung ab und suchen also einfach die Molekülgruppierungen von kleinster potentieller Energie auf.
3. Die Moleküle mögen Quadrate sein, die danach streben, ihre Seiten flach aneinander zu legen. (Wir könnten ebenso gut kreisförmige Moleküle mit vier Valenzpunkten nehmen.)

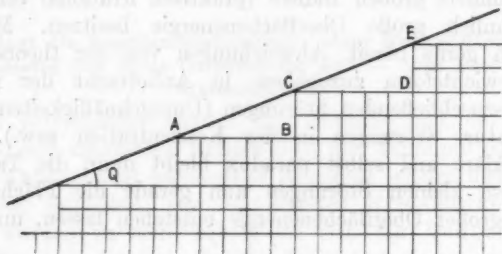


Fig. 1.

Es sei uns eine enorm große Anzahl von solchen Quadrat-Molekülen gegeben. Wir suchen die Gruppierung maximalster „Sättigung“. Vollständige Sättigung, bei der alle Molekülseiten gedeckt sind, ist natürlich unmöglich: mindestens der

1) H. Miers, Rep. of the Brit. Assoc. 1894, p. 654; Zeitschr. f. Kristallogr. 39. p. 220. 1904, hat durch genaue goniometrische Messungen an wachsenden Alaunkristallen experimentell gezeigt, daß praktisch niemals die Flächen mit kleinen Indizes (in diesem Fall $[1, 1, 1]$) auftreten, sondern daß sie beinahe immer durch äußerst flache Vizinalpyramiden überdeckt sind.

äußerste Rand des Kristalles besteht doch aus ungesättigten Molekülseiten. Sei in Fig. 1 die Linie $ABCDE \dots$ ein Stück des „wirklichen“ Randes, die Linie $ACE \dots$ ein Stück des „scheinbaren“ Randes. Setzen wir

$$\Delta BC = \Delta \sigma \quad AC = \Delta s,$$

dann ist

$$(1) \quad \Delta \sigma = (\cos \varphi + \sin \varphi) \Delta s.$$

Die maximale Sättigung wird ersichtlich bei derjenigen Gruppierung der Moleküle erreicht, für welche die Länge des „wirklichen“ Randes

$$(2) \quad \Sigma \Delta \sigma = \Sigma k \Delta s$$

möglichst klein ausfällt. Somit spielt in unserem Schema die Größe

$$(3) \quad k = \cos \varphi + \sin \varphi$$

die Rolle des Kapillaritätsfaktors.

Man sieht nun:

A. | Daß der Kapillaritätsfaktor k hier eine *stetige Funktion* der Orientierung des betreffenden scheinbaren Randelementes ist. Zwecks graphischer Veranschaulichung betrachte man k als Funktion der normalen Richtung des Rand-

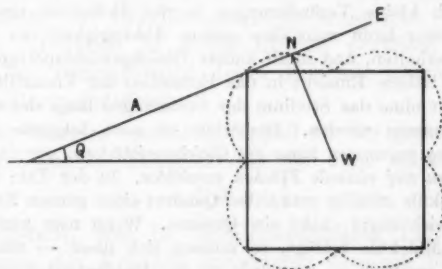


Fig. 2.

elementes und trage von einem Punkt W aus nach allen Richtungen ab proportional mit dem k der betreffenden Normalenrichtung. Man erhält so die in Fig. 2 punktiert gezeichnete Kurve, die aus vier Kreisbogen besteht.

B. Dennoch ist die entsprechende „Gleichgewichtsform“ ein Quadrat. Das erkennt man unmittelbar mit Hilfe der in § 1 besprochenen Konstruktion. Vgl. Fig. 2: W ist der Wulffsche Punkt; WN ist proportional mit dem zu dieser Normalenrichtung gehörenden k . Konstruiert man die Gerade AE für alle möglichen Richtungen WN , dann umhüllen sie zusammen das in Fig. 2 gezeichnete Quadrat.¹⁾

C. Das Auftreten von „vizinalen Flächen“ bedeutet in unserem Schema keine merkliche Abweichung vom Energieminimum. Denn unser k hängt stetig von der Orientierung ab und die vizinalen Flächen sind ja nur äußerst wenig gegen die Flächen der idealen Gleichgewichtsform gedreht. Hier tritt also der Gegensatz zur Unstetigkeitsannahme von Sohnke und Wulff besonders scharf hervor.²⁾

§ 4. Bemerkungen.

A. Ist eine bestimmte Anzahl von Molekülen ursprünglich in Form von zwei Quadraten verschiedener Größe gruppiert, so läßt sich die potentielle Energie noch weiter vermindern, indem man die Moleküle des kleineren Quadrates zur Vergrößerung des größeren Quadrates gebraucht. Ebenso tritt Energieabnahme ein, wenn man eine rechteckige Gruppierung in eine quadratische überführt: in beiden Fällen ver-

1) Durch kleine Veränderungen in der Definition unseres molekularen Schemas kann man eine andere Abhängigkeit des k von der Orientierung erhalten, und somit andere Gleichgewichtspolygone.

2) Eine nähere Einsicht in das Entstehen der Vizinalflächen kann natürlich nicht ohne das Studium der Strömungen längs des wachsenden Kristalls gewonnen werden. Immerhin sei noch folgende Bemerkung erlaubt: *Streng genommen kann die Gleichgewichtsform nur in singulären Ausnahmefällen auf vizinale Flächen verzichten.* In der Tat: ist die Anzahl der Moleküle zufällig präzis das Quadrat einer ganzen Zahl, so wird die Gleichgewichtsform exakt ein Quadrat. Wenn man nun aber sukzessiv mehr Moleküle beifügt, so müssen sich diese — um maximale Sättigung zu erzeugen — irgendwie an die Quadratseiten anlegen, und zwar bei passender Form der Zuströmung in Form sehr flacher Treppen; analog den äußerst flachen Pyramiden, die z. B. Miers über den (1, 1, 1)-Flächen ausgebreitet findet. In den Gleichungen des § 1 bleibt dieser Umstand verborgen, weil man da so rechnet, als ob ein Minimum gegenüber *infinitesimalen* Formänderungen gesucht wird. Hier hingegen beachten wir, daß es sich jedesmal um Zufügung oder Verlegung einer *ganzen Zahl* von Molekülen handelt.

kleinert sich der „wirkliche Rand“. Solange wir nicht die Wärmebewegung der Moleküle berücksichtigen und nicht den Auflösungs- oder Sublimationsprozeß betrachten, können wir natürlich nicht beurteilen, ob dabei in unserem Molekularschema diese Umwandlung spontan eintreten würde. Es scheint mir schwierig, eine einigermaßen zuverlässige Behandlung dieser Frage zu geben, weil es dabei auf die Rauheiten des Randes ankommt; d. h. auf diejenigen Moleküle, die in einem bestimmten Augenblick nur einfach oder zweifach gebunden sind, statt dreifach.

B. Experimentell ist bewiesen, daß z. B. für Kristallpulver von Gips mit ungefähr 1 Mikron Radius die Sättigungskonzentration der umgebenden Lösung noch merklich mit diesem Radius variiert. Aber bei einem Radius von einigen Mikrons verliert diese Abhängigkeit schon alle Bedeutung gegenüber den Störungen aller Art. Mit Rücksicht darauf wird man bezweifeln, ob die unter A besprochenen Veränderungen spontan auftreten und ob die praktisch auftretenden Kristallformen wirklich zu einem Minimum der Oberflächenenergie gehören.¹⁾ Kürzlich hat Valetton²⁾ diese Ansicht folgendermaßen formuliert: „Bei *mikroskopischen* und *submikroskopischen* Kristallen hat die Oberflächenenergie einen meßbaren Einfluß auf die Löslichkeit. Solche Kristalle können nur mit einer Lösung im Gleichgewicht sein, wenn ihre Form dem Minimum der Oberflächenenergie entspricht. Bei *makroskopischen* Kristallen ist dieser Einfluß *praktisch* nicht vorhanden. Das Gleichgewicht dieser Kristalle ist in bezug auf die Kristallform indifferent.“

C. Bei unserem speziellen Modell ist der gesamte, jeweils noch ungebrauchte Energievorrat in dem einen Ausdruck

$$\sum k \Delta s$$

zusammengefaßt, was im dreidimensionalen Fall der *Oberflächenenergie* des Kristalls entspricht; daneben bleibt nichts mehr übrig, was einer *Ecken- oder Kantenenergie* im drei-

1) A. Berthoud, l. c.; G. Friedel, Journ. de Chim. Phys. 11. p. 478. 1913.

2) J. J. P. Valetton, l. c. p. 42; vgl. dort die näheren Angaben über die Experimente von G. Hulett, Zeitschr. f. phys. Chem. 37. p. 385. 1901, mit Kristallstaub von Gips und Bariumsulfat.

dimensionalen Fall entspräche, mit der Brillouin, Ver-
nadsky und Pawlow¹⁾ arbeiten. Nun kann man aber das
Modell verallgemeinern, indem man überdies z. B. noch die
isotropen Anziehungskräfte zwischen den Molekülen bestehen
läßt, mit denen Laplace, Gauss und van der Waals ope-
rieren, d. h. mit Wirkungssphären, die noch viele Moleküle
umfassen.²⁾ Es ist bemerkenswert, daß dann in der Tat noch
spezielle Kanten- und Eckenenergien auftreten, in deren
Werte wieder je ein charakteristischer, von den k unabhängiger
Koeffizient eingeht.³⁾

D. Wir sind nicht auf die molekulare Deutung der Spalt-
richtungen eingegangen. Neuere Ansätze darüber findet man
in einer Studie von P. P. Ewald⁴⁾ über die Struktur des
Diamanten. Es wäre interessant, festzustellen, ob man auch
beim Spaltungsprozeß in der Regel mit Vizinalflächen der
idealen Spaltungsflächen zu tun hat. Übrigens dürfte es für
eine vollständige Analyse des Spaltungsprozesses nicht aus-
reichend sein, festzustellen, welche Spaltflächen ein Minimum
von Bindungen lösen: die Orientierung der Bruchflächen wird
prinzipiell mitbestimmt durch die der Spaltung voraus-
gehende Deformation.

1) Vgl. die Zitate in § 1.

2) In Zusammenhang damit sei darauf hingewiesen, daß Einstein,
Ann. d. Phys. **34**, p. 165. 1911, aus dem Gesetz von Eötvös den Schluß
zieht, daß man auch in Flüssigkeiten Attraktion nur zwischen den ein-
ander unmittelbar berührenden Molekülen annehmen dürfe.

3) Bei der üblichen Ableitung der Grundgleichungen der Kapil-
laritätstheorie fallen die betreffenden Glieder weg, weil man bei einem
bestimmten Schritt der Ableitung die Annahme benutzt, daß der Krüm-
mungsradius der Oberfläche überall *weit* oberhalb molekularer Distanzen
bleibt. Vgl. z. B. H. Minkowski, Art. Kapillarität, Mathem. Enzykl.
V. 9. § 14. Übergang von Gleichung (24) auf Gleichung (26). Diese An-
nahme gilt nicht mehr unbedingt an Kristallkanten und -ecken, und
auch nicht an der Kante, in welcher drei Flüssigkeiten zusammenstoßen.
L. Brillouin, Ann. de Chim. et Phys. (7) **6**, p. 540. 1895, hat diskutiert,
welche spezifische Wirkungen die Kanten- und Eckenenergien ausüben
können, die auftreten, wenn man z. B. Glas mit einem Diamanten ritzt
oder scharfkantig schleift. Er findet, daß solche Ritzfurchen sich spontan
so lang weiter umformen, bis sie eine für das betreffende Material charak-
teristische Struktur erhalten. Leider sind die skizzenhaften Ansätze von
L. Brillouin bis jetzt nicht weiter entwickelt worden.

4) P. P. Ewald, Ann. d. Phys. **44**, p. 281. 1914.

(Eingegangen 3. September 1915.)

4. Über die kinetische Interpretation des osmotischen Druckes¹⁾; von P. Ehrenfest.

Die Tatsache, daß die gelösten Moleküle einer verdünnten Auflösung auf eine halbdurchlässige Membran trotz der Anwesenheit des Lösungsmittels denselben Druck ausüben, als ob sie allein, und zwar als ideales Gas, anwesend wären — diese Tatsache ist so überraschend, daß man sich immer wieder Mühe gab, davon eine möglichst durchsichtige kinetische Deutung zu beschaffen. Was ihren Inhalt betrifft, schließt sich die folgende Behandlung enge an die bekannten Arbeiten von L. Boltzmann²⁾, H. A. Lorentz³⁾, Ph. Kohnstamm⁴⁾, O. Stern⁵⁾, G. Jäger⁶⁾, insbesondere aber an die Darstellung von P. Langevin⁷⁾. Durch Benutzung des Virialtheorems und Verwertung des wichtigen Umstandes, der später durch Gleichung (1) formuliert wird, ließ sich aber die Ableitung noch weiter vereinfachen.

In einer unendlichen Wassermasse sei durch eine geschlossene Oberfläche Ω ein Gebiet G vom Volumen V durch die folgende Festsetzung abgesondert: innerhalb Ω mögen außer den Wassermolekülen (W) auch noch n Zuckermoleküle ($S_1 \dots S_\lambda \dots S_n$) vorhanden sein, außerhalb nur Wasser-

1) Zuerst erschienen in Versl. d. Akad. v. Wetensch. Amsterdam, 27. März 1915. — J. J. van Laar hat sich kurz nachher ebendort gegen meine Ausführungen gewendet, und zwar auf Grund seiner Theorie des osmotischen Druckes; vgl. Zeitschr. f. physik. Chem. 15. p. 457. 1894; „6 Vorträge“, 1906.

2) L. Boltzmann, Zeitschr. f. physik. Chem. 6. p. 474. 1890; 7. p. 88. 1891 u. Wissensch. Abhdl. III. Nr. 93 u. 94.

3) H. A. Lorentz, Zeitschr. f. physik. Chem. 7. p. 36. 1891 u. Wissensch. Abhdl. I, p. 175.

4) Ph. Kohnstamm, Versl. Amst. Akad. 1905, p. 729.

5) O. Stern, Zeitschr. f. physik. Chem. 81. p. 441. 1912.

6) G. Jäger, Ann. d. Phys. 41. p. 854. 1913.

7) P. Langevin, Journ. de Chim. phys. 10. p. 524 u. 527. 1912.

moleküle. Die Oberfläche Ω möge die folgenden Eigenschaften (einer „halbdurchlässigen Membran“) besitzen: jedesmal wenn der Schwerpunkt eines Moleküls S durch Ω gehen will, wird S durch Ω vollkommen elastisch zurückgestoßen; auf die Moleküle W aber übt Ω keinerlei Kräfte aus. Wir fragen nach dem Druck P (osmotischer Druck) den Ω pro Quadratcentimeter durch die Stöße der Zuckermoleküle erleidet.

Das *Virialtheorem* von Clausius, angewendet allein auf die Zuckermoleküle, verlangt, daß sei:

$$(A) \quad 2\bar{L} + \sum_h (\bar{X}_h x_h + \bar{Y}_h y_h + \bar{Z}_h z_h) = 0.$$

Hierin sind

$x_h y_h z_h$ die Koordinaten des h -ten Zuckermoleküls (S_h) in einem beliebigen Zeitpunkt t .

$X_h Y_h Z_h$ die Resultante¹⁾ aller Kräfte, die in diesem Augenblick t auf S_h wirken.

L die kinetische Energie der *Translation* aller S -Moleküle zusammengenommen im Moment t .

Der horizontale Strich bedeutet: Zeitmittel genommen über eine sehr lange Zeit Θ .

Folgen wir nun speziell dem h -ten Molekül S_h während der Zeit Θ . Die Kraft X_h, Y_h, Z_h auf dieses Molekül ist drei Ursachen zu danken:

1. Den Zusammenstößen mit der Oberfläche $\Omega \rightarrow X_h', Y_h', Z_h'$;

2. der Anziehung und Abstoßung von seiten aller anderen S -Moleküle $\rightarrow X_h'', Y_h'', Z_h''$;

3. der Anziehung und Abstoßung von seiten der W -Moleküle $\rightarrow X_h''', Y_h''', Z_h'''$.

Während des größten Teiles von Θ trifft man S_h in Volumenelementen tief innerhalb des Gebietes G und nur während eines sehr kleinen Teiles von Θ in den peripherischen Volumenelementen von G nahe der Oberfläche Ω . — Fassen wir nun zuerst ein Volumenelement $dx dy dz$ tief *innerhalb des Gebietes* G , *weit ab von* Ω , ins Auge. Immer wieder befindet sich das Molekül S_h für kurze Zeit in diesem Element.

1) Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß die Moleküle abstoßend-anziehende Kraftzentra sind.

Dabei konstatieren wir, daß

$$X_h'' + X_h''', Y_h'' + Y_h''', Z_h'' + Z_h'''$$

bald einmal positive, dann wieder negative Werte besitzt, und zwar — weil wir ja weitab von Ω mitten in der homogenen Lösung sind — eben oft gleich große positive wie negative Werte. Überdies ist hier natürlich X_h', Y_h', Z_h' stets Null. Somit sieht man:

Der Beitrag, den das h -te Zuckermolekül S_h während seines wiederholten Aufenthaltes in dem „inneren“ Volumelement $dx dy dz$ des Gebietes G zum Virial liefert:

$$(1)^1) \quad dx dy dz [x \bar{X}_h + y \bar{Y}_h + z \bar{Z}_h] = 0$$

und ebenso für jedes „innere“ Volumelement.

Anders für ein „peripherisches“ Volumelement nahe der Oberfläche Ω . Hier ist in Richtung der Normalen von Ω die Symmetrie gestört:

1. Die Kraft, die Ω bei einem Zusammenstoß auf das Molekül S_h ausübt, ist stets nach innen gerichtet.
2. Alle Moleküle S , die auf S_h wirken, liegen alle auf der inneren Seite von Ω .
3. Wegen der Anwesenheit der S -Moleküle ist die Konzentration der Wassermoleküle an der inneren Seite von Ω eine andere als an der äußeren.

Man fasse nun die Beiträge zusammen, die alle Moleküle S während ihrer Anwesenheit in allen „peripherischen“ Volumelementen zum zweiten Glied der Gleichung (A) beitragen: Man erhält so, entsprechend den oben genannten drei Sorten von Kräften, einen Ausdruck von drei Gliedern:

1) Man beachte, daß die Gleichung (1) nicht nur für die Anziehungskräfte, sondern auch für die (bei den Zusammenstößen auftretenden) Abstoßungskräfte gilt, und zwar nicht nur in Flüssigkeiten, sondern auch in Gasen! Sie dürfte deshalb gelegentlich auch in anderen Problemen von Nutzen sein. — J. D. van der Waals hat schon in seiner Dissertation (Leiden 1873), p. 11, von der Bemerkung Gebrauch gemacht, daß im Innern einer Flüssigkeit in jedem Moment der Beitrag der Attraktionskräfte gleich Null sei, weil sich dort in jedem Augenblick die Attraktionskräfte die ein Molekül von den umgebenden Molekülen erfährt, aus Symmetriegründen vernichten.

$$(2) \quad \sum_h (\overline{X_h x_h + Y_h y_h + Z_h z_h}) = W' + W'' + W'''.$$

Nimmt nun die Konzentration C_s der Moleküle S gegen Null ab, so wird W' schließlich klein, von derselben Ordnung wie C_s , hingegen W'' und W''' von höherer Ordnung.

Man hat nämlich zu beachten, daß

1. alle drei W 's schon dadurch kleiner werden, daß in Gleichung (2) die \sum über eine Anzahl von S -Molekülen genommen werden muß, die proportional mit C_s abnimmt;

2. daß W'' überdies noch deshalb abnimmt, weil die Kräfte $X_h'' Y_h'' Z_h''$, die auf das Molekül S_h von Seiten aller anderen S -Moleküle wirken, zugleich mit der Anzahl der letzteren gegen Null geht;

3. daß auch für W''' solch ein zweiter Grund zum Verschwinden besteht, weil ja die Differenz der W -Konzentration an beiden Seiten von Ω , die $x\overline{X}'''$, $y\overline{Y}'''$, $z\overline{Z}'''$ liefert, zugleich mit C_s gegen Null geht.

4. Für W' hingegen, das auf den Zusammenstößen zwischen den S -Molekülen und Ω beruht, besteht kein solcher zweiter Grund für Annäherung an Null.

Beschränkt man sich also im Falle verdünnter Lösungen in Gleichung (A) auf die Glieder erster Ordnung in C_s , so hat man:

$$(A') \quad 2\overline{L} + W' = 0.$$

Man überzeugt sich nun leicht, daß diese Gleichung besagt, daß die gelösten Moleküle S auf Ω denselben Druck ausüben, als ob sie allein, und zwar als ideales Gas, in Ω eingeschlossen wären. W' kann nämlich mit dem Druck P in Zusammenhang gebracht werden, den Ω auf die Zuckermoleküle ausübt. Es ist:

$$(3)^1) \quad W' = -3PV.$$

Ferner ist

$$(4) \quad 2\overline{L} = 2 \cdot 3 \cdot n \cdot aT,$$

wo aT die mittlere kinetische Energie pro Freiheitsgrad ist.

1) Vgl. die vollkommen analoge Berechnung für ideale Gase bei L. Boltzmann, Gastheorie II. § 50. p. 143.

Nimmt man speziell ein Grammolekül Zucker, d. h. n gleich der Avogadroschen Zahl N , und setzt man

$$(5) \quad N 2 a T = R T,$$

so geht (A') über in

$$P V = R T,$$

die Gleichung von van't Hoff für den osmotischen Druck verdünnter Lösungen.

Die Abweichungen von Gleichung (6) bei nicht mehr äußerst verdünnten Lösungen sind wiederholt thermodynamisch behandelt worden.¹⁾ Eine rein kinetische Behandlung in Analogie mit den idealen Gasen hat O. Stern zu geben versucht.²⁾ Man vergleiche auch die Andeutungen von P. Langevin.³⁾ Betreffs experimentellen Untersuchungen vergleiche man Findlay, „Der osmotische Druck“. Dresden 1914.

Bemerkungen.

Für den Druck auf eine halbdurchlässige Membran im Falle hochverdünnter Lösungen ist es — wie wir sehen — gleichgültig, ob zwischen den W - und S -Molekülen Wechselwirkung besteht oder nicht. — Bestimmte andere Wirkungen, wie z. B. die Niveaudifferenz zwischen Lösung und reinem Lösungsmittel bei Kommunikation durch eine halbdurchlässige Wand, beruhen hingegen wesentlich auf dieser Wechselwirkung. Betrachten wir den folgenden fiktiven Fall: Die „Zucker“-moleküle haben *keinerlei* Wechselwirkung mit den Wassermolekülen. Es ist deutlich, daß in diesem Fall die Niveaudifferenz nicht besteht; der „Zucker“ verdampft einfach aus der Lösung. Setzt man über die beiden kommunizierenden Gefäße eine Glasglocke, so erhält man folgenden Gleichgewichtszustand: zwei gleich konzentrierte Lösungen, auf beiden Seiten eben hoch stehend. Befindet sich jedes der beiden Gefäße unter einer besonderen Glasglocke, so formt sich über der Lösung „Zucker“-dampf von einem Druck ge-

1) J. J. van Laar, Zeitschr. f. phys. Chem. 15. p. 457. 1894; „6 Vorträge“, 1906. — J. D. van der Waals-Kohnstamm, Lehrbuch der Thermodynamik.

2) l. c.

3) l. c.

nau ebenso groß wie der osmotische Druck in der Lösung — eine Niveaudifferenz besteht nicht.

Soll die Niveaudifferenz ermöglicht werden, so kann keiner der folgenden drei Faktoren entbehrte werden:

1. Das Bestreben des Zuckers, sich zu verbreiten, dank der Wärmebewegung der Zuckermoleküle.

2. Die Kohäsion des Wassers.

3. Die Attraktionskräfte zwischen Zucker- und Wassermolekülen. — Nur erst durch das Ineinandergreifen aller drei Faktoren wird es dem Zucker möglich, die Lösung über dem Niveau des reinen Lösungsmittels erhoben zu halten.¹⁾

1) Würde bei Anwesenheit der Faktoren (1) und (3) die Kohäsion des Wassers fehlen, so würde einfach „hydratisierter Zucker“ verdampfen. — Instrukтив ist noch folgender Fall: Faktor (1) und (2) anwesend, ferner auch noch Stoßkräfte zwischen Zucker und Wassermolekülen, aber keine Attraktionskräfte. Im endgültigen Gleichgewichtszustand würde auch hier keine Niveaudifferenz bestehen; aber solange die Verdampfung des „Zuckers“ noch nicht beendet ist, muß der Zucker aus dem Inneren der Lösung zu ihrer Oberfläche hindiffundieren; während dieser einseitigen Strömung zieht er das (durch Kohäsion zusammengehaltene) Wasser durch „Reibung“ in der Richtung nach oben; also eine allmählich verlorengehende Niveaudifferenz.

(Eingegangen 3. September 1915.)

**5. Über die räumliche Verteilung
der Lichtemission im elektrischen Bogen
und Funken;
von Joseph Kramsztyk.**

[Aus dem Radiolog. Institut der Universität Heidelberg.¹⁾]

Einleitung.

Es gibt folgende Methoden, die Linien der Spektren der Elemente in Serien einzuteilen:

1. Die Aufstellung von Serienformeln.
2. Unterscheidung der Serien mittels Aufspaltung der Linien im magnetischen Felde.
3. Unterscheidung der Serien nach dem Charakter der einzelnen Linien (Bau, Aussehen der Linien, Schärfe, Verschwommenheit usw., Intensitätsverhältnisse).
4. Das Studium der räumlichen Verteilung der Emission in der Lichtquelle.

Die unter 1 genannte Methode ist gewiß sehr befriedigend, weil die Wellenlängen, welche sich aus den Serienformeln ergeben, nur im Bereiche der Fehlergrenzen der Beobachtung von den direkt gemessenen abweichen. Die Methode setzt aber bereits Kenntnisse von der Zusammengehörigkeit der Linien voraus, denn die Formeln besitzen Konstanten, die man immer für jede einzelne Serie ausrechnen muß, wozu

1) Gekürzte Dissertation, Heidelberg, 25. Juni 1914. Die Kürzung — mit einigen Änderungen zu größerer Deutlichkeit des Ausdruckes, aber ohne wesentliche Hinzufügungen — ist in Abwesenheit des Verfassers im Radiologischen Institut vorgenommen worden. Zu bemerken ist, daß die von Hrn. Stark entdeckte elektrische Aufspaltung der Spektrallinien zur Zeit der Ausführung und Niederschrift der Arbeit noch nicht bekannt war (vgl. Schluß der Arbeit), auch daß Hrn. Paschens neuere Spektraluntersuchungen wohl nicht genügend mit verwertet sind. Beides tut indessen dem Werte des hier beigebrachten und übersichtlich verarbeiteten Beobachtungsmaterials keinen Eintrag. Eine bereits in Gang gewesene Fortsetzung dieser Experimentaluntersuchung, welche hätte mit berücksichtigt werden können, ist zurzeit leider unterbrochen.

man die Kenntnis von mehreren Linien, die als zu einer Serie gehörend angesehen werden müssen, benötigt. Die Methode ist also nicht selbständig, sondern sie ist auf die anderen Methoden angewiesen.

Die unter 2 genannte Methode, die Aufsuchung von zusammengehörigen Linien mittels Beobachtung der Spektren im magnetischen Felde, also mittels Zuhilfenahme des Zeemanphänomens, setzt keine weiteren Kenntnisse der Spektren voraus. Man hätte einfach sämtliche Linien, die gleiche Aufspaltung zeigen, als *eine* Serie von Linien zu bezeichnen. Insofern die Art der Aufspaltung der Emission im Magnetfelde durch den Zustand der emittierenden Atome bedingt ist, gehören verschiedene Aufspaltungen verschiedenem Zustande desselben Atoms an; man hätte also ein gut begründetes Einteilungsprinzip. Verfolgt man diesen Weg, so findet man jedoch bald, daß er nicht eindeutig durchzuführen ist. (Vgl. hierüber Anhang I der Dissertation.)

Was die Methode 3 anbetrifft, die Spektrallinien einfach nach ihrem Aussehen in Serien zu ordnen, so ist dies die ursprüngliche Methode, die zu den ersten Kenntnissen über Gesetzmäßigkeiten in den Spektren führte. Es ist klar, daß die Methode, in ihrer bisherigen Durchführung wenigstens, in hohem Grade von dem Beobachter selbst abhängig ist und daß sie auch keinen streng allgemeinen Charakter haben kann. Als Beispiel dafür können die nicht genau definierten und oft eins und dasselbe bedeutenden Termini: „Unscharfe, diffuse, verschwommene, abgeschattigte Serie“ angeführt werden.

Die unter 4 genannte räumliche Methode ist im Jahre 1903 von Hrn. Lenard gefunden und zum erstenmal angewandt worden.¹⁾ „Räumlich“ kann sie deshalb genannt werden, weil man unter Benutzung eines von Hrn. Lenard l. c. beschriebenen spaltlosen Spektroskops im Gesichtsfelde keine Linien mehr, sondern Flammenbilder bekommt, aus deren Gestalt und Größe man unmittelbar ersieht, welchem Teile der benutzten Lichtquelle jede der einzelnen Wellenlängenemissionen zugehört.²⁾ Da den verschiedenen Teilen der Licht-

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 11. p. 636—650. 1903. Die Fruchtbarkeit der Methode hatte sich dort sogleich durch Auffindung der bis dahin unbekannten III. Nebenserie des Natriums gezeigt.

2) Es wird jedem, der die Bilder der Bogenflammen nach den ver-

quelle verschiedene Atomzustände angehören [Lenard l.c. und in anderen Arbeiten¹⁾], so ist diese Einteilungsmethode ebensogut begründet wie die unter 2 genannte; sie zeigt sich außerdem als gut durchführbar.

Hr. Lenard selbst hat die Methode auf einige Spektren der Alkali- und Erdalkalimetalle im elektrischen Bogen und gemeinsam mit Hrn. Ramsauer auch auf den Al-Funken²⁾ angewandt. Es war von Interesse, eine größere Zahl von Elementen systematisch zu untersuchen und besonders auch diese räumliche Methode mit den anderen Methoden der Serientrennung zu vergleichen.

Dies ist der Zweck der vorliegenden Arbeit, welche man den Resultaten nach in drei Hauptteile zerlegen kann:

I. Beobachtung der Spektra der Elemente unter Benutzung verschiedener Lichtquellen und jeweils passend angewandter Untersuchungsmethode.

II. Vergleichung der in I gewonnenen Ergebnisse miteinander.

III. Vergleichung der unter I und II erhaltenen Resultate mit der bisherigen Serieneinteilung der Linienspektren.

Da die obige Einteilung praktisch nicht bequem ist, so ist die Arbeit nach den untersuchten Elementen eingeteilt worden und in der Zusammenfassung auf jeden der einzelnen Hauptpunkte I, II, III besonders hingewiesen.

Um Mißverständnisse zu vermeiden, wird in folgendem dem Worte „Serie“ immer eine sie charakterisierende Benennung: „arithmetische Serie“ (Methode 1), „magnetische Auflösungsreihe“ (Methode 2) oder „räumliche Serie“ (Methode 4)

schiedenen, von Hrn. Lenard dazu beschriebenen Methoden, sorgfältig betrachtet hat, verwunderlich erschienen sein, daß Einwände gegen die Deutung dieser Bilder erhoben worden sind. (Zeitschr. f. wiss. Phot. 5. p. 181—183. 1907.) Nicht geschickt aufgenommene Photographien, auf welche sich diese Einwände gründen, können keineswegs die direkte Beobachtung übertreffen, namentlich wo es sich um so veränderliche Gestalten wie die Flammen handelt.

1) Ann. d. Phys. 9. p. 642. 1902; 17. p. 197. 1905. Im Saume (Hauptserie) elektrisch neutral; im Innern (Nebenserien) positiv geladen. Vgl. auch die neuere, seit Niederschrift des Vorliegenden erschienene Veröffentlichung: Heidelb. Akad. 17 (A). p. 45. 1914, in welcher die Schlüsse auf die Atomzustände in neuer Weise bestätigt werden.

2) P. Lenard u. C. Ramsauer, Heidelb. Akad. Abh. 2. p. 17. 1910.

zugefügt, die sofort auf die jeweilige Methode der Serientrennung hinweist.

Nach Abschluß sämtlicher Versuche der vorliegenden Arbeit erschien eine Veröffentlichung von Hrn. Oldenberg¹⁾, welche sich eine ähnliche Aufgabe stellt, die Spektrallinien nach ihrem Ursprung nach dem von Hrn. Lenard angegebenen Prinzip zu untersuchen. Der dort benutzte Apparat war sehr kompliziert²⁾; was die Resultate anbelangt, so werden wir Gelegenheit nehmen, sie im folgenden mit den unseren in denjenigen Fällen zu vergleichen, wo beiderseits dieselben Spektrallinien beobachtet wurden.

Kapitel I

Methode und Versuchsanordnung.

Es wurden im ganzen vier verschiedene Untersuchungsmethoden angewandt, von denen eine sich auf den elektrischen Bogen und drei auf den elektrischen Funken beziehen.

Untersuchung der Bogenspektren.

Es wurden zwei verschiedene spaltlose Spektroskope benutzt.

Bei der Beobachtung der Spektren der Alkalimetalle wurde das verkleinerte Bild des elektrischen Bogens (Fig. 1) mittels einer Linse (L) von 23 cm Brennweite, welche mit einer Irisblende versehen war, auf den Spalt (S) des Kollimators (K), dessen Linse eine Brennweite von 27 cm besaß, projiziert. Das Lichtbündel wurde dann nach Austritt aus dem Kollimatorrohr durch zwei Schwefelkohlenstoffprismen (P_1, P_2) mit brechenden Winkeln von je 60° zerlegt und gelangte in ein Fernrohr (F), wo es beobachtet wurde. Die Kombination der beiden Prismen wurde auf die kleinste Ab-

1) O. Oldenberg, Inaug.-Diss., Göttingen 1913 (Leipzig 1913).

2) Ob dies jener Untersuchung zum Vorteil gereichte, kann wohl bezweifelt werden. Jedenfalls zeigen die vom Verfasser gegebenen Bogenbilder gar nicht die charakteristische Gestalt der Bogenflammen. Der komplizierte Apparat des Verfassers erlaubte, wie es scheint, nur die Benutzung so kleiner Kohlenabstände, daß die Flammen sich gar nicht entwickeln konnten. Hierdurch geht aber der Hauptvorteil der Methode verloren, und es ist auch gar nicht zu erwarten, daß die an wohlentwickelten Bogenflammen zu beobachtenden charakteristischen Erscheinungen sich auch dann noch zeigen sollten, wenn man die Entwicklung der Flammen verhindert.

lenkung eingestellt. Danach wurde der Spalt (S) des Kollimators entfernt und im Gesichtsfeld des Fernrohrkulars erschien ein Flammenspektrum des Bogens, so wie es bei Lenard l. c. beschrieben ist. Der Bogen brannte zwischen Kohlenelektroden bei 100 Volt und 15–20 Amp., je nach der in jedem speziellen Falle erforderlichen Entfernung der Kohlen. Eine Handvorrichtung erlaubte nach der Anzündung des Bogens die Länge der Bogenstrecke in weitem Maße zu variieren; bei der angegebenen Volt- und Amperezahl erloschen die Flammen bei ungefähr 3 cm langer Bogenstrecke.

Um die Dämpfe der zu untersuchenden Alkalimetalle in die Bogenflamme zu bringen, wurde die positive Kohlenelektrode, die sich stets unten befand, ausgebohrt und die Bohrung mit einem Salze des betreffenden Metalls ausgefüllt.

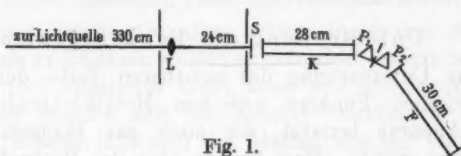


Fig. 1.

Die Menge und die Art des in die Bohrung hereingebrachten Metallsalzes muß passend gewählt werden; einerseits ergeben kleine Salzmenngen und schwerflüchtige Salze lichtschwache Flammen im beobachteten Spektrum, andererseits sind aber auch sehr helle Flammen, was man durch Einführung von großen Salzmenngen oder durch Benutzung eines sehr leicht flüchtigen Salzes erreichen kann, nicht immer günstig, weil das Auge geblendet wird und die Beobachtung der Flammenstruktur, besonders bei kleineren Flammen, wesentlich erschwert. In jedem einzelnen Falle muß daher das Experiment über die einzuführende Salzmenge und Salzart entscheiden.

Da das oben beschriebene Spektroskop keine Wellenlängenskala besaß, wurde die Beobachtung der Spektren der Alkalien nur auf bekannte Linien beschränkt, deren Aufsuchung wegen der sehr einfachen Verhältnisse, die in Spektren der Alkalien herrschen, keine Schwierigkeiten bot.

Zur Untersuchung anderer Metalle, der Erdalkalien, des Magnesiums, Aluminiums und einiger Schwermetalle, wurde ein anderes Spektroskop benutzt, welches mit einer Wellen-

längenskala versehen war. Die Eichung der Skala geschah mittels Beobachtung von bekannten Natriumlinien. Da dieses Spektroskop größere Dispersion als das oben beschriebene besaß, wurde zur Steigerung der Intensität der beobachteten Spektren die kleine Linse mit der Irisblende (vgl. Fig. 1) durch eine Kombination von zwei großen Glaslinsen ersetzt. Der Spalt wurde, wie vorher, nach genauer Zentrierung des optischen Komplexes entfernt, wodurch im Gesichtsfelde die Linien den Bogenflammen den Platz räumten. Bei der Wellenlängenbestimmung wurde jedoch bei größeren Flammenbildern bloß eine Hälfte des Spaltes entfernt. Die Flammenbilder erschienen dann einseitig scharf begrenzt und die Grenze konnte mit dem vertikalen Faden des Okulars in Deckung gebracht werden. Die dadurch erzielte Genauigkeit der Wellenlängenmessung betrug $\pm 3 \text{ \AA.}$ -E.

Untersuchung der Funkenspektren.

a) Zur Untersuchung des sichtbaren Teiles der Spektren des elektrischen Funkens zwischen Metallelektroden wurde derselbe Apparat benutzt, der auch zur Beobachtung der Bogenspektren diente. Hier konnte aber die Beobachtung der räumlichen Gesamtverteilung nicht angewandt werden, weil die Entladungen im elektrischen Funken ihre Lage sprunghaft und fortwährend ändern.

Dementsprechend wurde der Kollimatorspalt beibehalten und am Spektralapparate eine Hebevorrichtung angebracht, welche ermöglichte, die Lichtemission des horizontal aufgestellten Funkens in seinen verschiedenen Gebieten, unabhängig voneinander zu beobachten (Fig. 2, wenn *S* den Spalt bedeutet).

In den primären Stromkreis wurde ein großes Induktorium mit einer Kapazität von $11 \cdot 10^{-8}$ Farrad¹⁾, die aus großen, mit Stanniol überzogenen Glasplatten bestand, ein konstanter 3Ω -Widerstand, ein Amperometer und ein variabler Widerstand eingeschaltet. Die Stromstärke schwankte zwischen 40 und 50 Amp., indem die Funkenstrecke zwischen 3 und 8 mm variiert werden konnte.

1) P. Lenard u. C. Ramsauer, Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. d. Wiss. 1910: „Wirkungen sehr kurzwelligen Lichtes auf Gase“, I. Teil, p. 11.

Das auf ein Blatt weißen Papiers aufgefangene Bild des elektrischen Funkens besteht aus drei voneinander scharf abgegrenzten Gebieten: 1. dem inneren Faden, 2. dem mittleren Mantel und 3. der äußeren Aureole¹⁾ (Fig. 2).

1. Der Faden hat eine längliche, schmale Form und ist der hellste Teil des Funkens. Er unterliegt Formschwankungen nur in kleinem Maße.

2. Der mittlere Mantel ist weniger intensiv, seine Form mehr veränderlich; er bildet so einen Übergang zu der äußeren

3. Aureole des Funkens, welche der größte, am wenigsten lichtstarke und sehr un stetige Teil des Funkens ist. Sie besitzt auch in jedem speziellen Falle eine charakteristische Färbung.

Da der Faden von allen Seiten durch den Mantel und die Aureole umhüllt ist, so läßt er sich nicht isoliert beobachten; das von ihm emittierte Licht kann nur zusammen mit dem durch den Mantel und die Aureole emittierten beobachtet werden. Ebenso läßt sich der Mantel von der Aureole nicht trennen. Man muß also vorerst die Untersuchungen der isolierten Aureole vornehmen und dann erst die des Mantels und Fadens des Funkens. Wenn man nämlich die durch die Aureole emittierten Linien schon kennt, so haben diejenigen Linien, welche neu im Mantelspektrum erscheinen, offenbar in letzterem ihren Ursprung. Diejenigen wieder, die neu im Fadenspektrum hinzukommen, haben augenscheinlich ihren Ursprung im Faden.

Es wurde auch versucht, die Aureole ev. auch den Mantel, durch Blasen mit einem starken Luftstrom von der Vorderseite des Funkens zu entfernen; es wurde aber darauf im folgenden verzichtet, weil die Aureole durch den Luftwind bloß gegen den ganzen Funken gepreßt wurde, aber nicht entfernt werden konnte.

Zwischen der Lichtemission der Aureole und des Fadens zeigt sich bei spektroskopischer Untersuchung außer den Unterschieden, deren Auffindung der Zweck der vorgenommenen Untersuchungen ist, noch ein allgemein geltender Unterschied.

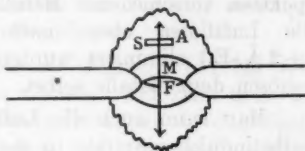


Fig. 2.

1) P. Lenard u. C. Ramsauer, l. c. p. 15.

Er besteht darin, daß die Aureole nur Metalllinien, der Faden dagegen außer ihnen noch sehr zahlreiche Luftlinien emittiert. Diese Luftlinien müssen natürlich vom Fadenspektrum abgezogen werden, was dadurch geschah, daß die in Fadenspektren verschiedener Metalle erscheinenden gleichen Linien, die Luftlinien eben, nach genauer Wellenlängenmessung ($\pm 2 \text{ \AA.-E.}$) eliminiert wurden. Die übrig gebliebenen Linien gehören dem Metalle selbst.

Man kann auch die Luftlinien durch Einschaltung einer Selbstinduktionsspirale in den Sekundärkreis aus dem Spektrum des Fadens beseitigen, wie das Schuster und Hemsalech¹⁾ gemacht haben. Da aber dann der gesamte Charakter des Funkens ein völlig anderer wird, wurde darauf verzichtet und die oben beschriebene Eliminationsmethode angewandt.

b) Untersuchung des ultravioletten Teils der Funkenspektren. — Das Bild des Funkens wurde mittels eines Quarzspektrographs auf einen Baryumplatincyansschirm entworfen. Die hintere Linse des Spektrographs sammelte das durch das Prisma zerlegte Licht wieder, so daß auf dem Schirm keine Linien mehr, sondern einzelne Bilder des Funkens entstanden.

Um die Bestimmung der Wellenlängen dieser Funkspektren zu ermöglichen, wurde der Schirm in der Fokalebene der hinteren Linse längs einer Skala verschiebbar angebracht und mit einem Zeiger versehen. Die Eichung der Skala geschah nach den folgenden acht Linien des Zinkspektrums, welche leicht auffindbar sind: λ 334, 307, 260, 256, 214, 210, 206, 202. Danach wurde eine Kurve gezeichnet, deren Abszisse die Skalenteile und Ordinate die Wellenlängen bildeten. Dies genügte vollkommen zur Identifizierung der von anderen Autoren bereits genauer gemessenen Linien der verschiedenen Metalle.

Die Bilder des auf dem Schirm entworfenen Funkens wiesen verschiedene Größen und verschiedene Formen auf. Manche von ihnen zeigten deutlich die fortwährend ihre Lage wechselnde Aureole und den inneren Faden, andere wieder den Faden allein, ohne Aureole. Hohle Aureolen kamen auf dem Schirm nicht vor.

1) A. Schuster u. A. Hemsalech, Phil. Trans. A. 193. 1899.

Selbstredend zeigen die Bilder denjenigen Teil des Funkens, welcher die betreffende Wellenlänge emittiert. Wenn also an einer bestimmten Stelle des Schirms, der einer Wellenlänge λ entspricht, nur der Faden als Funkenbild erscheint, so heißt es, daß die Wellenlänge λ vom Faden des Funkens emittiert wird; dasselbe gilt von den Aureolenbildern.

c) Lichtfilter. — Die Aureole des Funkens hat bei verschiedenen Metallen verschiedene Größen. Bei Zink z. B. ist sie so klein, daß es äußerst schwierig wäre, sie auf den Spalt des Kollimators zu projizieren, ohne daß man zur gleichen Zeit auch das Licht des Mantels auf dem Spalt mitbekommen würde. Deshalb wurde bei der Untersuchung des Zinkspektrums auf die oben beschriebenen Methoden verzichtet und eine andere Methode angewandt.

Es wurden aus geeigneten farbigen Glas- und Gelatinestücken Lichtfilter konstruiert, welche einzelne Linien isoliert herausgriffen, und der Funke dann durch diese Filter unmittelbar beobachtet.

Wird eine bestimmte Wellenlänge von der Aureole emittiert, so erscheint der Funke, durch dasjenige Lichtfilter hindurch gesehen, welches gerade für diese Wellenlänge durchsichtig ist, in seiner vollen Größe. Wird sie dagegen vom Faden emittiert, so wird man nur den inneren Teil des Funkens sehen können. Da die Anzahl der Kombinationen, welche sich mit den farbigen Glas- und Gelatinestücken zu diesem Zwecke herstellen ließ, eine beschränkte war, konnten nur wenige Wellenlängen mit dieser Methode beobachtet werden.

Außer dem Zinkfunken wurde auch der Natriumfunke mit dieser Methode untersucht; auch hier leistete sie gute Dienste, wie aus den Resultaten (vgl. unten) ersichtlich ist.

Kapitel II.

Resultate.

Mit den im vorhergehenden Kapitel beschriebenen Hilfsmitteln wurden nun die Spektre folgender Metalle beobachtet:

Lithium, Natrium, Kalium, Caesium, Calcium, Strontium, Barium, Magnesium, Aluminium, Kupfer, Zink, Silber. Bei jedem Metalle ist die entsprechende Untersuchungsmethode angegeben.

Es ist im voraus festzustellen, daß in den Bogenspektren alle Flammen deutliche Höhlungen aufwiesen. Nur bei sehr kleinen oder sehr lichtschwachen Flammen entzogen sie sich der Beobachtung. Dies zeigt, daß die von Hrn. Lenard nur für wenige Metalle beschriebenen Beobachtungen über die Schichtenstruktur des elektrischen Bogens in bezug auf seine Lichtemission allgemein geltend sind.¹⁾

Wir teilen in allem folgenden die beobachteten spektralen Bilder nach ihrer Größe in drei bzw. vier Gruppen ein, nämlich:

Gruppe A = die größten Flammen (Säume der Flammen) des Bogens, bzw. die Aureole des Funkens;

Gruppe B = kleinere Flammen (Mäntel der Flammen);

Gruppe C = noch kleinere Flammen (inneren Flammenmäntel);

Gruppe D = die kleinsten Flammen.

Natrium.

I. Bogenspektrum.

Es sind nur bekannte Linien untersucht worden und zwar folgende Wellenlängen:

6161, 5896, 5688, 553*, 5153, 4983, 491*, 4752, 4669, 464*, 4546, 4500, 447*, 4424, 4394, 4344, 4326.²⁾

Ordnet man sämtliche beobachteten Flammen nach ihrer Größe, so ergibt sich folgende Tabelle:

Tabelle I.

A	B	C	D
5896	5688	6161	553
	4983	5153	491
	4669	4752	464
	4500	4546	447
	4394	4424	
	4326	4344	

entweder es befinden sich im Innern der Höhlungen noch andere kleinere Flammen des Na (Gruppe E)³⁾, oder es werden

1) Vgl. auch dieselben Beobachtungen an den Flammen des Na-Bogens bei S. Puccianti, *Nuovo Cimento* (5) 14. p. 14. 1907.

2) Die mit * versehenen Wellenlängen sind aus der Arbeit von Hrn. P. Lenard, l. c., entnommen (vgl. folgende Fußnote), die übrigen aus Kayser's Handbuch der Spektroskopie, Bd. 2.

Die Linien sind bekanntlich sämtlich doppelt. Eine getrennte Beobachtung der einzelnen Komponenten war bei Na und ebenso bei Li und K bei der angewandten Dispersion nicht möglich; es sei jedoch bemerkt, daß Hr. Lenard bereits die getrennte Beobachtung bei den Na-Flammen D_1 und D_2 durchgeführt und die beiden Flammen nach Größe und Höhlung identisch aussehend gefunden hat.

Alle Flammen der drei ersten Gruppen (A, B und C) weisen deutliche Höhlungen auf. Wenn die Bogenflammen ruhig brannten, konnten auch in der Gruppe D Höhlungen festgestellt werden.

Wenn man die obige Tabelle mit der arithmetischen Serieneinteilung der Linien¹⁾ vergleicht, so sieht man vollkommene Übereinstimmung; alle Flammen einer und derselben räumlichen Gruppe entsprechen einer und derselben arithmetischen Linienserie und zwar in folgender Reihenfolge:

Gruppe	Serie
A	Hauptserie,
B	I. Nebenserie,
C	II. Nebenserie,
D	III. Nebenserie.

Demnach werden die Linien der Hauptserie vom Saum des Bogens emittiert und die folgenden der Reihe nach von immer tiefer nach innen gelegenen Schichten der Bogenflamme.²⁾

Der Umstand, daß auch die kleinsten Flammen (Gruppe D) Höhlungen aufwiesen, könnte auf zweierlei Art gedeutet werden:

1) H. Kayser u. C. Runge, Über die Spektre der Elemente. Abh. d. Berl. Akad. 1890. Die III. Nebenserie nach P. Lenard, l. c., dessen Angaben durch die Herren H. Konen und A. Hagenbach (Phys. Ztschr. 4. p. 800. 1903) und F. Saunders (Astrophys. Journ. 28. p. 71. 1908) bestätigt und ergänzt wurden.

2) Wie für dieses Metall bereits eingehend von Hrn. P. Lenard konstatiert. Hr. O. Oldenberg fand in Übereinstimmung damit auch die Na-Hauptserie größer als die I. Nebenserie; die II. Nebenserie ist bei ihm größer als die I. Nebenserie. Jedoch kann darin kein Widerspruch mit den bei genügend entwickelten Flammen sehr leicht auszuführenden, oben zusammengestellten Beobachtungen gesehen werden, indem bei Hrn. O. Oldenberg weder die Flammen überhaupt entwickelt, noch auch die Methode der Beobachtung günstig war, was er auch selbst bei Beschreibung der Linie der II. Nebenserie λ 475 zugibt. (Vgl. letzte Anm.)

3) Vgl. die noch schwächeren Na-Linien. P. Lenard, l. c. p. 648.

von den innersten Schichten überhaupt keine sichtbaren Strahlen emittiert.

Die benutzten Salze waren Natriumkarbonat und Natriumfluorid.

II. Funkenspektrum.

Ferner wurde auch das Funkenspektrum des metallischen Natriums untersucht mit der oben beschriebenen Methode der farbigen Lichtfilter. Ein Stück metallischen Natriums befand sich in einer Bohrung eines Kohlenstabes, welche als eine der Elektroden in den sekundären Stromkreis eingeschaltet wurde. Als Gegenelektrode diente ein Kupferstab. Zunächst wurde der Funke durch einen Spektralapparat untersucht und die Kupferlinien eliminiert, danach folgende drei Natriumlinien mittels geeignet hergestellter Lichtfilter, je eine, herausgegriffen:

λ 5896, 5688, 6161.

Der Funke durch dasjenige Filter gesehen, welches nur die gelbe D-Linie durchließ, erschien in seiner vollen Größe, so wie er auch bei direkter Beobachtung aussieht. Durch das der Wellenlänge 5688 entsprechende Filter sah der Funke kleiner als im ersten Falle aus und er hatte beständigere Umrisse. Endlich sah man durch das 6161 entsprechende Filter nur den ruhigen, schmalen inneren Teil des Funkens. Folglich wird emittiert:

Tabelle II.

5896 (Hauptserie) von der Aureole — also Gruppe A,
5688 (I. Nebenserie) von dem Mantel — also Gruppe B,
6161 (II. Nebenserie) vom Faden des Funkens — also Gruppe C.

Wenn man diese Tabelle mit der Tabelle I vergleicht, so sieht man volle Übereinstimmung des Bogens mit dem Funken in bezug auf die räumliche Verteilung der Lichtemission: *Dieselben Linien werden von analogen Teilen der Lichtquellen emittiert.*¹⁾

Lithium.

Beobachtet wurden folgende sieben Flammenbilder:

λ 6708, 6104, 4972, 4602, 4273, 4132, 3986 (Wellenlängen nach Kayzers Handbuch).

1) Über die von Bogen und Funken etwas verschiedene räumliche Verteilung der Lichtemission in der Bunsenflamme vgl. P. Lenard, Ann. d. Phys. 17. p. 215. 1905.

Der Größe nach lassen sich die Flammen in drei Gruppen einteilen:

Tabelle III.

A	B	C
6708	6104	4972
	4602	4273
	4132	3986

Wenn man die drei Gruppen mit den drei bekannten arithmetischen Serien im Lithiumspektrum vergleicht, so ergibt sich:

- A entspricht der Hauptserie;
- B entspricht der I. Nebenserie;
- C entspricht der II. Nebenserie;

also wieder Übereinstimmung der räumlichen mit den arithmetischen Serien.¹⁾ Benutzt wurde Li_3PO_4 .

Kalium.

Die im Spektrum des mit Kaliumdampf gespeisten Bogens beobachteten Flammen lassen sich wieder wie vorher in drei Gruppen einteilen:

Tabelle IV.

A	B	C
7665	6938	5832
4047	5802	5359
	5340	5112
Hauptserie	I. Nebenserie	II. Nebenserie

Man sieht, daß die räumliche Verteilung der Emission wieder vollkommen mit der arithmetischen Serieneinteilung nach Kayser und Runge übereinstimmt; die Hauptserie wird von dem Saum, die I. Nebenserie von dem Mantel, die II. Nebenserie von weiter innen gelegenen Teilen der Bogen-

1) Das Li-Spektrum war bereits von Hrn. P. Lenard eingehend untersucht worden (l. c.). Hr. O. Oldenberg erhielt bei Li in bezug auf die Hauptserie und die I. Nebenserie die gleichen Resultate; die einzige von ihm beobachtete Linie der II. Nebenserie, λ 4972, hat wegen langer Belichtungsdauer kein scharfes Bild auf der photographischen Platte ergeben, so daß ein Größenvergleich nicht möglich war.

flammen emittiert. Im Bereiche der untersuchten Wellenlängen ergaben sich also hier die gleichen Resultate wie bei den zwei vorhergehenden Alkalimetallen. Es ist dies gerade bei Kalium besonders hervorhebenswert, weil die räumliche Verteilung der Lichtemission dieses Metalles im Bogen bisher noch nicht untersucht worden war. Das benutzte Salz war KCl.

Caesium.

Beobachtet wurden folgende Flammenbilder:

6973, 6723, 6213, 6010, 5845, 5664, 5635, 5579, 5501, 5465, 5410, 5346, 4593, 4555.

Folgende von diesen Wellenlängen gehören als zwei Komponenten eines und desselben Paares zusammen:

(6973, 6723), (6213, 6010), (5845, 5664), (5635, 5465), (4593, 4555).

Die Wellenlängen 5579, 5410 und 5346 sind auch Glieder von Paaren; jedem von ihnen gehört noch ein weiter nach Violett hin gelegenes Glied zu, das jedoch wegen großer Lichtschwäche nicht beobachtet werden konnte.

Die Wellenlänge 5501 paßt in keine für das Caesiumspektrum geltende Serienformel, wird also als eine Außer-serienlinie (im Sinne der arithmetischen Serien) betrachtet. Der Größe nach kann man die im Caesiumspektrum beobachteten Flammenbilder in zwei Gruppen A und B einteilen:

Tabelle V.

A	B
(4593, 4555)	(6973, 6723)
	(6213, 6010)
	(5845, 5664)
	(5635, 5465)
	5579
	5501
	5410
	5346

Wenn man diese Tabelle mit der Serieneinteilung der Linien nach dem arithmetischen Prinzip im Spektrum des Caesiums vergleicht, so sieht man auch hier volle Übereinstimmung von Gruppen und Serien; der Gruppe A entspricht die Hauptserie, der Gruppe B dagegen die I. Nebenserie. Die

II. arithmetische Nebenserie wurde nicht beobachtet, sie erscheint schwer im Bogen.¹⁾ Es liegt aber der Analogieschluß nahe, daß auch hier wie bei sämtlichen untersuchten Alkalien die II. Nebenserie kleinere Flammen als die I. Nebenserie ergäbe.

Die Außerserienlinie 5501 wird nach der obigen Tabelle von derselben Schicht des Bogens emittiert wie die I. Nebenserie.

Benutzt wurde Cs_2CO_3 .

Die Erdalkalien.

Viel komplizierter als bei der vorhergehenden Gruppe von Elementen gestalten sich die Verhältnisse in den Spektren der drei untersuchten Erdalkalimetalle, des Ca, Sr, Ba.

Bis zur neuesten Zeit wurden überhaupt keine Serien in den Spektren dieser Metalle bekannt, was der enormen Mannigfaltigkeit der Linien zuzuschreiben ist. Erst im Jahre 1910 hat Hr. Saunders²⁾ die Spektren genauer untersucht und viele Linien in Serien eingeteilt, indem er Serienformeln nach dem Ritzschen Typus³⁾ konstruierte, welche mit genügender Genauigkeit eine große Anzahl von Linien wiedergeben. Im allgemeinen kann man alle Linien, die in den Spektren der Erdalkalien auftreten, in drei Klassen einteilen: Einfache Linien, Paare und Triplette. Jede einzelne von diesen Klassen kann man wieder in arithmetische Serien einteilen; es ergibt sich dann folgendes Schema (die Bezeichnungen sind diejenigen von Saunders l. c.):

I. Einfache Linien:

1. Hauptserie.

2. I. Nebenserie SL_3 .

3. II. Nebenserie SL_2 .

II. Paare:

1. Hauptserie HP .

2. I. Nebenserie P_1 .

3. II. Nebenserie P_2 .

1) Vgl. H. Kayzers Handbuch, Bd. II, p. 529. Eine Erklärung dieser Besonderheit von Rb und Cs ist von P. Lenard, Ann. d. Phys. 17. p. 227. 1905, gegeben worden.

2) F. Saunders, Astroph. Journ. (2) 32. p. 153—178. 1910.

3) W. Ritz, Physik. Zeitschr. 9. 1908.

III. Linientriplette:

1. Hauptserie T .
2. I. Nebenserie T_1 .
3. II. Nebenserie T_2 .

Das wäre aber bloß der ideale Fall. In Wirklichkeit findet man (vgl. unten), daß bei einzelnen Metallen nicht alle hier angegebenen Serien vertreten sind. Die Differenzen der Schwingungszahlen bei den Nebenserien von Paaren und Tripletten sind konstant. Außerdem befinden sich in den Spektren der Erdalkalien Paare von gleichen Schwingungsdifferenzen. Triplette, deren Schwingungsdifferenzen ungefähr halb so groß sind wie diejenigen der in Serien eingeteilten („enge“ Triplette) und schließlich zahlreiche einzelne Linien, die sich bis jetzt nicht in arithmetische Serien einteilen ließen.

Da das in der betreffenden Literatur vorhandene Material ziemlich beschränkt ist, und da bis jetzt bei den Erdalkalien überhaupt keine eindeutige Serieneinteilung durchgeführt ist, so erscheinen die Resultate der räumlichen Beobachtung höchst wichtig. Außerdem bekommt man Aufschluß über die Emissionsverhältnisse der isolierten Linien.

Es ist noch zu bemerken, daß alle beobachteten Flammen mehr oder weniger deutliche Höhlungen je nach ihrer Größe, Lichtstärke und Schärfe zeigten.

Calcium (Fig. 3).

Beobachtet wurden Flammenbilder von folgenden Wellenlängen:

6718, 6439, 6162, 5857, 5603, 5349, 5270, 5189, 5041, 4878, 4823, 4685, 4527, 4456, 4355, 4226, 3968, 3933.

Der Größe nach kann man die beobachteten Flammenbilder, wie es bei Alkalien gemacht worden ist, in die drei Gruppen A, B, C ordnen. Fügt man hierzu zum Vergleiche die Serieneinteilung nach Saunders, so ergibt sich folgende Tabelle und die Fig. 3.

Tabelle VI und VII.

	A	B	C
SL ₃		4878, 4527	
SL ₂		5041, 4355	
PH			3968, 3933
P ₁			
P ₂			
T			
T ₁		4456	
T ₂			6162
A. S.	4226	6718, 6439, 5857, 5603, 5349, 5270, 5189, 4685	4823

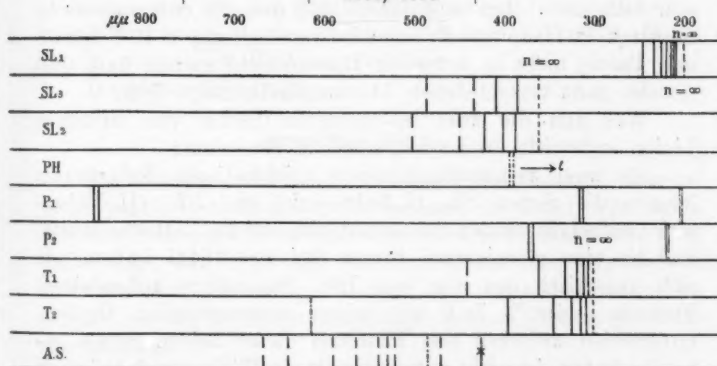


Fig. 3.

Die Linien in den Figuren haben folgende Bedeutung:

- x— Die größten beobachteten Flammen.
- Die kleineren beobachteten Flammen.
- Die kleinsten beobachteten Flammen.
- Die nicht beobachteten Flammen arithmetischer Serien.
- Die Grenze arithmetischer Serien ($n = \infty$).

Wie aus dieser Tabelle und der Figur ersichtlich ist stimmen die Serien nach Saunders mit unseren Gruppen nur im Falle der Triplette überein, indem der Gruppe B die I. Nebenserie, der Gruppe C die II. Nebenserie entspricht.

Was die Paare anbetrifft, so verlaufen alle hierher gehörigen Flammen im Ultraviolett und nur das eine Paar H und K (2 3968, 3993) entzog sich der Beobachtung nicht. Diese beiden Flammen gehören zu den kleinsten im Calciumspektrum gefundenen¹⁾; sie wurden oft für ein eventuelles erstes Paar einer Hauptserie von Paaren gehalten (nach Methode 2)²⁾, deren weitere Glieder bis jetzt nicht beobachtet worden sind. Sollte dies zutreffen, so müßten die Flammen der zugehörigen Nebenserien noch kleiner sein als die Flammen von H und K . Es wurde dies bei Ca nicht kontrolliert, da die Linien im Ultraviolett liegen; in den analogen Fällen des Sr und Ba (vgl. dort) finden wir aber eine solche Größenabstufung tatsächlich vorhanden. Man kann daher sagen, daß auch im Falle der Paarserien der Erdalkalien Übereinstimmung zwischen arithmetischer und räumlicher Einteilung vorhanden ist, nur daß bei den Paaren bereits die Hauptserienflammen sehr klein sind. Man sieht daraus, daß man die entsprechenden Serien (z. B. Hauptserien) verschiedener Gattung (z. B. Triplette und Paare) nicht in derselben Bogenschicht suchen darf, daß sie also ganz verschiedenen Atomzuständen zugehören.

Was nun die zwei beobachteten Serien von einzelnen Linien anbetrifft, so ist folgendes zu bemerken:

Als zwei zusammengehörende arithmetische Nebenserien können die Serien SL_3 (I. Nebenserie) und SL_2 (II. Nebenserie) aufgefaßt werden, wenn man sich auf die Tatsache stützt, daß sie eine gemeinsame Grenze bei $\nu = 27441$ haben, wie sich numerisch aus den von Hrn. Saunders aufgestellten Formeln ergibt.³⁾ Daß wir keinen entsprechenden Größenunterschied zwischen den Flammen dieser beiden Serien gefunden haben, ist nicht notwendig als ein Widerspruch zwischen arithmetischer und räumlicher Einteilung aufzufassen; denn es könnte der Größenunterschied so gering sein, daß er sich der Beobachtung entzieht. (Ähnlich bei Sr ; vgl. dort.) Man kann aber andererseits die Unmerklichkeit der Größenunterschiede — also die Tatsache, daß die beiden Serien von ganz

1) Wie bereits von Hrn. P. Lenard beobachtet (l. c. p. 643) und von Hrn. O. Oldenberg bestätigt (l. c. p. 29).

2) Wegen der Art ihrer magnetischen Zerlegung vgl. Anhang I der Dissertation.

3) l. c. p. 158.

oder nahezu demselben Teile des Bogens emittiert werden — als eine Anzeige für sehr nahe Zusammengehörigkeit der beiden Serien SL_3 und SL_2 auffassen.

Unter den Außerserienlinien findet man alle drei beobachteten Gruppen (vgl. Tabelle VII). Dieses Ergebnis gibt den ersten Fingerzeig dafür, wie sich die Außerserienlinien nach den Emissionsgebieten der Lichtquelle einteilen lassen.

Es ist noch zu bemerken, daß die Flammen von größter Intensität: λ 4226, 3968 und 3933, auch die längste Lebensdauer besitzen. Wenn der Bogen genügend lange brennt, so daß nur noch Salzspuren in der Bohrung der unteren Kohle zurückgeblieben sind, so verschwinden im Spektrum sämtliche Flammen, außer den drei oben genannten, welche noch samt der als Verunreinigung stets vorhandenen Natriumflamme 5896 längere Zeit sichtbar sind. Die Außerserienlinie 4226 besitzt die größte Flamme des Spektrums mit einer sehr deutlichen Höhlung, was mit den Beobachtungen von Hrn. Lenard¹⁾, welche durch die Herren Puccianti²⁾ und Oldenberg³⁾ bestätigt wurden, im Einklang steht.

Benutzt wurde $CaFl_2$.

Strontium (Fig. 4).

Da man bei Strontium, ebenso wie bei Calcium, einzelne Linienpaare und Triplette beobachtet, so kann man auch hier ein Schema, wie für Calcium, aufstellen. Auch hier aber findet man, daß nicht alle von den schematisch aufgestellten arithmetischen Serien in Wirklichkeit vorhanden sind. Im allgemeinen ist das Strontiumspektrum dem Calciumspektrum ganz analog.

Beobachtet wurden Flammen von folgenden Wellenlängen:

λ 7232, 7167, 7070, 6878, 6791, 5543, 5481, 5451, 5330, 5229, 5225, 5156, 4962, 4876, 4730, 4678, 4607, 4531, 4480, 4438, 4406, 4361, 4305, 4215, 4161, 4077.

Der Größe nach werden sie in folgender Weise in Gruppen A, B, C eingeteilt, denen wir wieder zum Vergleich die Serieneinteilung nach Saunders beigelegt haben (vgl. auch Fig. 4).

1) P. Lenard, l. c. 1903. p. 643.

2) S. Puccianti, Nuove Cimento S. V. 19. 1910. Vgl. Photographien.

3) O. Oldenburg, l. c. 1913. p. 29.

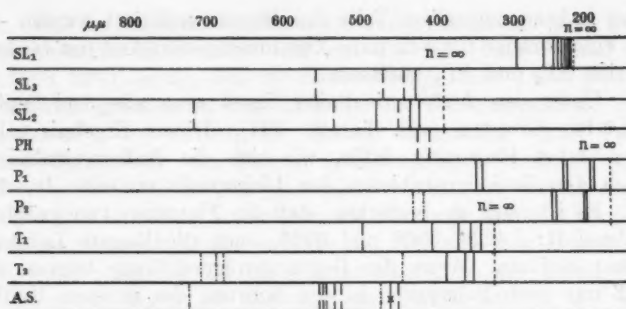


Fig. 4.

Tabelle VIII.

	A	B	C
SL ₂		5156, 4678, 4406	
SL ₂		7167, 5330, 4480	
PH		4215, 4077	
P ₁ P ₂			4305, 4161
T T ₁ T ₂		4962, 4876	7070, 6878, 6791, 4438, 4361
A. S.	4607	5543, 5481, 5451, 5229, 5225, 4531	7232, 4730

Wenn man diese Tabelle mit der Tabelle VII für Calcium vergleicht, so sieht man vollständige Analogie. Zu bemerken ist nur, daß das dem *H* und *K* des Ca entsprechende Paar λ 4215 und 4077 hier zur Gruppe B gehört, also nicht zu der kleinsten im Spektrum des Strontiums. Das Paar λ 4305 und 4161 der II. Nebenserie von Paaren nach Saunders, welches leicht zu beobachten war, gehört zur Gruppe C, ist also kleiner als λ 4215 und 4077. Das stimmt mit unserer Annahme überein und läßt den Analogieschluß ziehen, daß die (im Ultraviolett

gelegenen) Paare der Nebenserien bei Calcium auch noch kleiner zu erwarten sind als *H* und *K*. Die Paare der nicht beobachteten I. Nebenserie (Wellenlänge des ersten Gliedes ist $\lambda 3475$) müßten Flammen aufweisen, deren Größen zwischen den Größen der Gruppe B und C liegen.

Bei den Tripletten stimmen unsere Gruppen mit den Serien nach Saunders überein wie bei Ca.

Was die Serien von einzelnen Linien SL_3 und SL_2 anbetrifft, so zeigen auch hier, wie im Calciumspektrum, sämtliche hierher gehörende Flammen gleiche Größen. Hier ist auch dieselbe Überlegung wie bei Calcium anzuwenden.

Die Außerserienlinien kann man wieder in drei Gruppen einteilen, was auch hier, wie bei Ca, einen nicht einheitlichen Ursprung dieser Linien beweist. Die größte Flamme des Strontiumspektrums, $\lambda 4607$, gehört ebenfalls hierher; ihrem Verhalten und Größe nach gleicht sie vollkommen der Ca-Flamme $\lambda 4226$ und der gelben Na-Flamme $\lambda 5896$, die auch hier als Verunreinigung stets vorhanden war.

Das benutzte Salz war $SrCl_2$.

Barium (Fig. 5).

Im Bariumspektrum ist weniger Zusammengehörigkeit der Linien zu Serien gefunden worden als in den Spektren der zwei vorhergehenden Erdalkalimetalle; deswegen erschienen auch die räumlichen Untersuchungen hier von besonderer Bedeutung zur Anbahnung weiteren Fortschritts.

Beobachtet wurden die Flammen von folgenden Wellenlängen:

λ 6866, 6694, 6675, 6595, 6527, 6497, 6342, 6142, 6084, 6068, 6019, 5997, 5853, 5777, 5535, 5519, 5424, 5309, 5267, 5177, 5160, 5055, 4947, 4934, 4900, 4877, 4739, 4724, 4673, 4651, 4600, 4591, 4574, 4554, 4493, 4414, 4393.

Der Vergleich der gefundenen räumlichen Gruppen A, B, C mit der bisher vorhandenen Serieneinteilung¹⁾ ergibt folgende Tabelle (es fehlen im Bariumspektrum sämtliche Serien von einzelnen Linien):

1) F. Saunders, l. c.

Tabelle IX.

	A	B	C
PH		4984, 4554	
P ₁			
P ₂			4900
T			
T ₁	5777, 4493, 4333	5519, 5424	
T ₂			
A. S.	5535	6694, 6675, 6595, 6527, 6497, 6342, 6142, 5853, 4673	6866, 6084, 6063, 6019, 5997, 5309, 5267, 5177, 5160, 5055, 4947, 4877, 4739, 4724, 4651, 4600, 4591, 4574, 4414

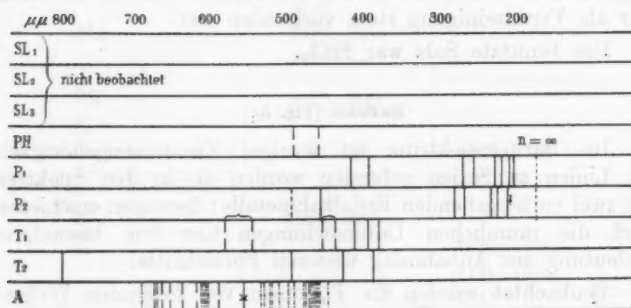


Fig. 5.

Wie hieraus und aus Fig. 5 ersichtlich ist, ist auch hier, wie bei Strontium, das Paar der II. Nebenserie kleiner als das der Paarenhauptserie. Die Triplettserien konnten nicht miteinander verglichen werden, weil die II. Nebenserie und die Hauptserie gar nicht beobachtet wurden. Die Tabelle IX gibt auch Aufschluß über die Emissionsgebiete der zahlreichen Außerserienlinien. Für die Flammen λ 4984, 4554, 5535 gilt dasselbe, was für die entsprechenden Flammen im Calcium- und Strontiumspektrum bemerkt wurde.

Benutzt wurde BaCl₂.

Andere Metalle.

Besonders wichtig erschien die räumliche Untersuchung der Spektren von Metallen wie Silber, Kupfer, Zink, Aluminium, Magnesium, weil hier, obgleich Serieneinteilungen bereits vorhanden sind, einheitliche Gesichtspunkte zur Zuordnung der Linien bis jetzt fehlen. Unsere Methode hat den Vorzug, daß sie in jedem Falle anwendbar ist und folglich auch hier imstande ist, eindeutige Resultate zu liefern.

Silber (Fig. 6).

a) Bogenspektrum.

Untersucht wurden folgende Flammen:

λ 5545, 5472, 5209, 4888, 4669, 4476, 4212, 4055.

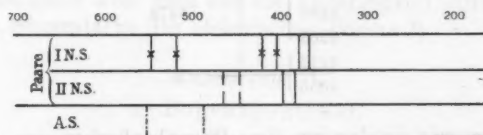


Fig. 6.

Die Gruppeneinteilung nach der Flammengröße (A, B, C), verglichen mit den bereits vorhandenen arithmetischen Serien¹⁾, ergibt folgende Tabelle:

Tabelle X.

	A	B	C
I. Nebenserie	5472, 5209, 4212, 4055		
II. Nebenserie		4669, 4476	
A. S.			5545, 4888

Die beiden Nebenserien bestehen aus Paaren von konstanten Schwingungsdifferenzen. Die zwei beobachteten Paare der I. Nebenserie, λ 5472, 5209 und λ 4212, 4055, sind bedeutend größer als die Flammen des beobachteten Paares der II. Nebenserie λ 4669, 4476. Noch kleiner erschienen die zwei angegebenen

1) Vgl. H. Kayser's Handbuch, Bd. II, p. 532.

einzelnen Außerserienflammen, alle aber, auch die kleinsten, wiesen deutliche Höhlungen auf.

Die angelegte Spannung betrug 100 Volt, die Stromstärke 12—15 Amp.

b) Funkenspektrum.

Folgende Tabelle teilt die im sichtbaren Gebiet beobachteten Linien nach ihren Emissionsgebieten ein.

Tabelle XI.

Aureole allein	Inneres des Funkens
5472	4668
5466 }	4476
5209 }	
4212 }	
4055 }	

Wenn wir analog zu den Bogenbeobachtungen die von der Aureole allein emittierten Flammen als Gruppe A, die vom Innern emittierten als Gruppe B bezeichnen, so erhalten wir in den Grenzen der hier und dort gemeinsam beobachteten Wellenlängen volle Übereinstimmung zwischen den Emissionsverhältnissen des elektrischen Bogens und Funkens.

Es wurde auch der ultraviolette Teil des Funkenspektrums zwischen Silberelektroden untersucht.

Es fanden sich auch hier auf dem Bariumplatincyanurschirm Funkenbilder von zwei verschiedenen Größen, die wir wieder mit A und B bezeichnen.

Tabelle XII.

A	3383	A	2448
A	3281	A	2438
B	2767	A	2331
B	2712		

Sämtliche Linien stehen außerhalb der bisher aufgestellten Serien. Das Paar λ 3383 und 3281 wird allerdings wegen seiner großen Intensität und der Art des Zeemaneffekts auch als erstes Glied einer weiter unbekannten Hauptserie von Paaren

aufgefaßt.¹⁾ Wie schon erwähnt, ist eine solche Serieneinteilung sehr unsicher; die Zugehörigkeit dieses Paares zur Gruppe A spricht indessen dafür, daß sie hier zutrefte.

Die übrigen ultravioletten Außerserienlinien gehören teilweise zur Gruppe A, teilweise zur Gruppe B, indem sie teilweise von der Aureole, teilweise vom Innern des Funkens emittiert werden. Die im Bogen beobachteten sichtbaren Außerserienlinien (Tabelle X) gehörten dagegen nur zur Gruppe C; da aber eine genaue Zuordnung der Funkenräume zu den Bogenräumen hier nicht durchgeführt wurde, so muß man auf eine Zusammenfassung der in den beiden Lichtquellen beobachteten Außerserienlinien für jetzt verzichten. Mit der räumlichen Methode hat Hr. Puccianti die Linie 522 beobachtet, er fand sie auch hohl, lenkte seine Aufmerksamkeit aber bloß auf die Abhängigkeit ihrer Gestalt von der Stromstärke des elektrischen Bogens.²⁾

Kupfer (Fig. 7).

a) Bogenspektrum.

Tabelle XIII.

Serien	Gruppe A	Gruppe B
Paar I. Nebenserie	5220	
	5158	
Paar I. Nebenserie	4064	
	4023	
Paar II. Nebenserie		4531
		4480

Wir haben also auch hier Übereinstimmung der Gruppen mit den arithmetischen Serien³⁾ gefunden.

Es wurden außerdem noch drei Paare mit konstanter Schwingungsdifferenz im Bogenspektrum des Kupfers gefunden. Die Flammen dieser Paare sind noch kleiner als die der Gruppe B. Wir bezeichnen sie also mit Gruppe C; sie besitzen

1) C. Runge u. F. Paschen, Berl. Ber. p. 720—730. 1902.

2) S. Puccianti, Nuovo Cimento, I. c. p. 13 und Photographien.

3) H. Kayser u. C. Runge, Über die Spektren der Elemente. Berl. Akad. 1892.

alle gleiche Größen. Wegen sehr großer Lichtschwäche dieser Flammen konnten die Höhlungen nicht immer beobachtet werden; manchmal aber, beim Aufflackern des Bogens, traten sie deutlich auf.

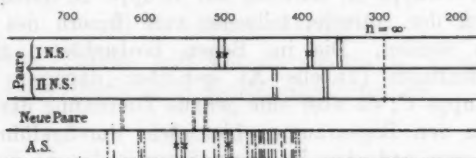


Fig. 7.

Die Flammenpaare haben folgende Wellenlängen:

6485, 6474	$\Delta \nu = 28$
5554, 5545	$\Delta \nu = 29$
5399, 5391	$\Delta \nu = 31$

Die Wellenlängen 6485, 6474, 5554, 5391 sind bereits bei Hrn. Aretz¹⁾ angegeben. Die zwei übrigen dagegen, 5545 und 5399 sind neu beobachtet worden.

Die Konstanz der Schwingungsdifferenzen $\Delta \nu$ liegt ganz im Bereiche der Fehlergrenzen der Wellenlängenmessung.

Um zu prüfen, ob die zwei neuen Wellenlängen nicht etwa von Verunreinigungen des benutzten Kupfers herrühren, wurde ein anderes Stück Kupfer, aus elektrolytisch hergestelltem Blech gerollt, im Bogen beobachtet. Sein Spektrum glich aber dem ersten vollkommen.

Die untersuchten Außerserienlinien zerfallen der Größe nach in drei Gruppen A, B und C. Ein Teil dieser Linien konnte mit den bei Hrn. Aretz l.c. angegebenen in Einklang gebracht werden; von der Wellenlänge 5000 Å.-E. an abwärts sind die Wellenlängen der beobachteten Flammen mit den bei Eder und Valenta angegebenen verglichen, wobei sich gute Übereinstimmung zeigte.

Die größten Flammen (Gruppe A) besaßen folgende Wellenlängen:

λ 5782, 5700, 5105. Die beiden ersteren bilden nach Kayser und Runge ein isoliertes Paar.

1) H. Aretz, Zeitschr. f. wiss. Photogr. 9. p. 256. 1910.

Die mittleren Flammen (Gruppe B):

λ 6599, 6243, 5432, 5292, 4794, 4704, 4697, 4651, 4587, 4539, 4507, 4378, 4275, 4259.

Die kleinsten (Gruppe C):

λ 6672, 6268, 6199, 5727, 5250, 5144, 5076, 5034, 4866, 4758, 4415, 4249, 4177.

Die Größe der Flamme λ 5144 war wegen großer Lichtschwäche nicht genau zu bestimmen.

In der Tabelle XIV sind die Resultate der Untersuchung des sichtbaren Spektrumteils des Kupferbogens zusammengefaßt. Einklammerung bedeutet arithmetische Zusammengehörigkeit zu Paaren.

Tabelle XIV.

	A	B	C
I. Nebenserie	(5220, 5153) (4063, 4022)		
II. Nebenserie		(4531, 4480)	
Neue Paare			(6485, 6474) (5554, 5545) (5399, 5391)
A. S.	(5782, 5700) 5105	6599, 6243, 5432, 5292, 4794, 4704, 4697, 4651, 4587, 4539, 4507, 4378, 4275, 4259	6672, 6268, 6199, 5727, 5250, 5076, 5034, 4866, 4758, 4415, 4249, 4177

Die Spannung betrug 100 Volt, die Stromstärke 15—20 Amp.

b) Funkenspektrum.

Tabelle XV.

Serien	Aureole allein (A)	Inneres des Funkens
I. Nebenserie	(5220, 5153)	
II. Nebenserie		(4531, 4480)
A. S.	(5782, 5700)	

Wenn man wieder die von der Aureole emittierten Linien als Gruppe A, die von Innern emittierten als Gruppe B bezeichnet, so sieht man aus den Tabellen XIV und XV Übereinstimmung der Emission des Bogens mit der des Funkens. Die zahlreichen Linien, welche im Bogen außerdem auftreten, konnten allerdings wegen ihrer kleinen Intensität im Funken mit Hilfe des benutzten Spektroskops nicht beobachtet werden.

Die Untersuchung des ultravioletten Teils des Funkens ergab folgende Resultate:

Tabelle XVI.

A	3274
A	3247
B	2294

Das bei λ 3274 und 3247 liegende Paar wird als erstes Glied einer eventuellen Hauptserie von Paaren aufgefaßt.¹⁾ Hier gilt dasselbe, was für das Silberpaar λ 3883, 3281 gesagt wurde.

Wenn man die bei der Untersuchung der Kupferspektren gewonnenen Resultate zusammenfaßt, so ergibt sich, daß auch hier die analogen Gebiete im Funken und Bogen dieselben Wellenlängen emittieren. Man findet auch eine vollkommene Übereinstimmung der Gruppen mit den arithmetischen Serien, soweit solche bisher aufgestellt worden sind. Die drei neuen Paare können wegen ihres Verhältnisses dem Emissionsgebiet nach zu beiden Nebenserien als Glieder einer III. Nebenserie aufgefaßt werden. Die Außerserienlinien zerfallen in drei Gruppen, von denen eine dem Emissionsgebiete der I. Nebenserie, die zweite dem der II. Nebenserie und die dritte endlich dem der drei neuen Paare zugehört.

Zink (Fig. 8).

a) Bogenspektrum.

Das Zinkspektrum im elektrischen Bogen ist nicht günstig für die einmal gewählte Einrichtung der hier benutzten Apparate, weil die erste arithmetische Triplettsreihe im Ultraviolett verläuft; ein Vergleich der Flammen der beiden arithmetischen Nebenserien hätte besondere Einrichtungen erfordert.

1) C. Runge u. F. Paschen, Berl. Ber. p. 720—730. 1902.

Tabelle XVII.¹⁾

	A	B
I. Nebenserie		
II. Nebenserie	(4811, 4722, 4680)	
A. S.	6364, 5182	5895, 4630, 4058

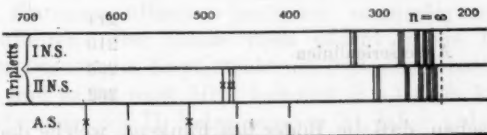


Fig. 8.

In bezug auf die Größeneinteilung A, B, C ist daran zu erinnern, daß diese Gruppen nur das Größenverhältnis der Flammen in *einem und demselben* Spektrum zeigen sollen; man könnte daher in obiger Tabelle statt A und B ebensogut die Bezeichnung B und C wählen.

Die Spannung betrug 100 Volt, die Stromstärke 10—15 Amp.

b) Funkenspektrum.

Da der Funke zwischen Zinkelektroden verhältnismäßig schmal ist, war die bei anderen Metallen angewandte Untersuchungsmethode, verschiedene Funkenteile einzeln auf den Spalt zu projizieren, hier nicht bequem. Es wurde folglich, wie auch bei Natrium, die Methode der Lichtfilter angewandt.

Herausgegriffen wurden folgende Wellenlängen:

4811 (Filter α), 6364 (Filter β), 6103 (Filter γ).

Durch die Filter α und β wurde nur der innere Teil des Funkens gesehen, zu welchem demnach die II. Nebenserie (4811) gehört. Durch das Filter γ wurde der Mantel gesehen. Die entsprechende Linie ist, wie auch 6364, Außerserienlinie.

Es war zu vermuten, daß der Zinkfunke deshalb so schmal sei, weil seine Aureole die ultraviolette I. Nebenserie enthält und demnach unsichtbar ist.

1) Serieneinteilung nach H. Kayser u. C. Runge.

Die Messungen des ultravioletten Teils des Zinkfunkenpektrums bestätigten dies; sie ergaben folgende Resultate:

Tabelle XVIII.

	Aureole	Inneres des Funkens
I. Nebenserie . .	334 280 257	
		214
Außerserienlinien		210 206 202

Wir sehen, daß die Bilder des Funkens, welche den Linien der ersten arithmetischen Nebenserie angehören, die größten beobachteten sind. Sie zeigten auch deutlich die herum-springende Gestalt der Aureole, welcher Umstand die oben hypothetisch ausgesprochene Annahme zur Sicherheit macht.

Außer den angegebenen wurde auch bei λ 307 ein Funkenbild beobachtet, dessen Größe sich aber wegen geringer Lichtstärke nicht bestimmen ließ.

Aluminium.

Das Spektrum des Aluminiums, sowohl im Funken wie auch im Bogen, zeigt im sichtbaren Teile Banden, welche ursprünglich dem Aluminiumoxyd zugeschrieben wurden.¹⁾ Hr. Arons wies jedoch nach, daß dieses Spektrum dem Metalle selbst zuzuschreiben ist, indem er einen elektrischen Bogen zwischen Aluminiumelektroden in sauerstofffreien Atmosphären (Stickstoff, Wasserstoff) untersuchte.²⁾

a) Bogenspektrum.

Es ist selbstverständlich, daß eine Bandenuntersuchung mit Hilfe des Objektivspektroskops nicht günstig ist, weil die Flammenbilder sich übereinander lagern und so die Bestimmung

1) N. Lockyer, siehe H. Kayser, Spektralanalyse p. 232. 1883. — W. Hasselberg, Kongl. Svenska Ak. Handl. 24, Nr. 15. 1893.

2) L. Arons, Ann. d. Phys. 1. p. 700. 1900; vgl. auch A. Hem-salech, Ann. d. Phys. 2. p. 331. 1900.

ihrer Wellenlängen unmöglich machen. Es ließ sich bloß feststellen, daß sämtliche Bandenflammen groß sind, also zur Gruppe A gehören, während die zwei einzeln beobachteten Flammen der zweiten arithmetischen Nebenserie¹⁾ 3962, 3944 viel kleiner sind. Die I. Nebenserie verläuft im Ultraviolett.

Die erwähnten Flammen des Paares der II. Nebenserie 3962 und 3944 sind stets, im Einklang mit den von Hrn. Lenard²⁾ gefundenen Resultaten, hohl beobachtet worden. Die entgegengesetzte Behauptung von Hrn. Oldenberg³⁾ ist wieder auf die Kleinheit des Bogens, welche bei der Beobachtung sehr kleiner Flammen offenbar besonders ungünstig sein muß, zurückzuführen. Der Größe nach gleicht dieses Flammenpaar den drei neu im Kupferspektrum (vgl. oben) beobachteten Paaren, und es ist nach Hrn. Lenard (l. c.) noch kleiner als die Li-Flammen der II. Nebenserie; es ist daher wohl zu einer Gruppe C (oder D) zu rechnen.

Die Spannung betrug 100 Volt, die Stromstärke 25—30 Amp.

b) Funkenspektrum.

Im Einklang mit den Bogenbeobachtungen zeigten sich die Banden zu Aureole, das erwähnte Paar der II. Nebenserie, zum Innern des Funkens gehörig.

Die Untersuchung des ultravioletten Teils ergab folgende Resultate:⁴⁾

Tabelle XIX.

Serien	Funkenbilder	
	größer	kleiner
I. Nebenserie	308	
	256,8	
II. Nebenserie		266
		265
		225,8
		220

Es stimmt daher hier die räumliche Verteilung der Emission mit der bereits vorhandenen arithmetischen Serieneinteilung überein.

1) H. Kayser u. C. Runge, Berl. Akad. 1893.

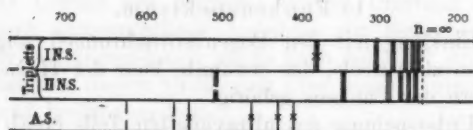
2) P. Lenard, l. c. 1903. p. 643.

3) O. Oldenberg, l. c. 1913. p. 30.

4) Außerdem wurde auch ein sehr breites Bild des Funkens 2 bei 237 beobachtet. An dieser Stelle fallen mehrere Wellenlängen, sowohl

Magnesium (Fig. 9).**a) Bogenspektrum.****Tabelle XX.1)**

Serie	A	B
Außerserien	5529	
	4703	
	4352	
	4168	
I. Nebenserie	3838	
	3832	
	3829	
Außerserien		5711
II. Nebenserie		5183
		5173
		5167

**Fig. 9.**

Sämtliche Flammenbilder im Bogenspektrum erwiesen Höhlungen. Hr. Oldenberg erhebt auch hier Einwände dagegen²⁾, die sich aber wohl wie bei Aluminium erledigen.

Spannung 50 Volt, Stromstärke 10 Amp.

b) Funkenspektrum.**Tabelle XXI.**

Aureole	Inneres des Funkens
5529, 4703	4251
(5183, 5173, 5167)	(5183, 5173, 5167)

erster, wie auch zweiter Nebenserie zusammen, die sich bei der verfügbaren Dispersion nicht voneinander trennen ließen.

1) Serieneinteilung nach H. Kayser u. C. Runge.

2) O. Oldenberg, l. c. p. 31.

Die Linie λ 4251 paßt in eine von Hrn. Fowler¹⁾ aufgestellte Serienformel hinein. Er zählte sie zur II. Nebenserie, indem er eine von Hrn. Rydberg²⁾ für mehrere Magnesiumlinien berechnete Formel als zur I. Nebenserie gehörig auffaßt. Zur letzteren gehört die Linie λ 5529. Es stimmt also hier unsere Gruppeneinteilung mit den arithmetischen Serien nach Fowler überein. Das Triplett der II. Nebenserie bei λ 5183 wurde außer im Innern auch in der Aureole beobachtet. Dieser Ausnahmefall ist mit dem Umstand in Verbindung zu bringen, daß auch manche starke Luftlinien in der Aureole des Magnesiumfunkens auftraten, was bei anderen untersuchten Elementen niemals stattfand. Es kann dies die Folge der besonders großen Unstetigkeit des Funkeninnern bei Al sein, also eines nur scheinbaren Eingreifens in das Aureolengebiet.

Die Untersuchung des ultravioletten Teils des Spektrums ergab folgende Resultate:

Tabelle XXII.

Serie	Funkenbilder	
	Aureole	Inneres des Funkens
I. Nebenserie	309,7	
	284	
II. Nebenserie		333
		293
		269

Obgleich an der Stelle λ 293 mehrere Linien der zweiten arithmetischen Nebenserie zusammenfallen und das entsprechende Funkenbild größer als die anderen Bilder derselben Serie erschien, so sah man doch deutlich aus dem vollständigen Fehlen der herumspringenden Aureole, daß es vom Innern emittiert wird. Es ergab sich somit eine gute Übereinstimmung unserer Gruppen mit den vorhandenen arithmetischen Serieneinteilungen und es sind wieder Hinweise zur Einteilung der Außerserienlinien vorhanden.

1) A. Fowler, Neue Linienserien im Spektrum des Mg. Proc. Royal Soc. 71. p. 419.

2) C. Rydberg, Öfversigt af Kongl. Vet. Akad. Forhandl. Stockholm 1893.

Zusammenfassung.

1. Es ist hier zum erstenmal die von Hrn. Lenard i. J. 1903 beschriebene räumliche Beobachtungsmethode in weiteren Grenzen angewandt worden, um den neuen Gesichtspunkt, nämlich die Einteilung der Spektrallinien nach der räumlichen Verteilung ihrer Emission in der betreffenden Lichtquelle zu verwerten. Untersucht wurden Alkali- und Erdalkalimetalle, Silber, Kupfer, Zink, Aluminium und Magnesium.

2. Es ist festgestellt worden, daß die Lichtemission des elektrischen Bogens bei allen diesen Metallen eine schichtenartige ist, daß also eine Bogenschicht, einem bestimmten Zustande der darin enthaltenen Atome entsprechend, nur bestimmte Linien emittiert. Als Beweis dafür dienen die verschiedenen Größen der im spaltlosen Spektroskop beobachteten Flammen und ihre fast immer gefundenen Höhlungen. Daß die von einer und derselben Schicht emittierten Linien gemeinsame Eigenschaften besitzen, zeigt sich durch die Serienzusammengehörigkeit dieser Linien (vgl. unter 4 und 5).

3. Dieselbe schichtenweise Emission ist auch beim elektrischen Funken beobachtet worden, was bisher nur bei Aluminium bekannt war.

4. Ein Vergleich der Resultate der Funken- und Bogenuntersuchungen miteinander zeigt, daß in beiden Lichtquellen gleiche Verhältnisse in bezug auf ihre Schichtenstruktur herrschen, daß also dieselben Linien von den räumlich entsprechenden Schichten der beiden Lichtquellen emittiert werden. Dies zeigt, daß die räumliche Methode gestattet, die Spektrallinien unabhängig von ihrem Ursprung in Serien einzuteilen.

5. Der Vergleich der nach dieser Methode gewonnenen Serieneinteilung (räumliche Serien) mit den sonstigen bekannten Serieneinteilungen der Linien (besonders den arithmetischen Serien — vgl. die Einleitung), zeigt in den meisten Fällen Übereinstimmung, so daß also unsere Methode ein wohl für alle Elemente brauchbares Reagens für die Serieneinteilung der Linien gibt.

Bei den Alkalimetallen ist die Übereinstimmung in den Grenzen der beobachteten Wellenlängen ausnahmslos der Fall. Bei den Erdalkalien fehlt zum Teil eine einwandfreie arith-

metische Serieneinteilung. Dort aber, wo eine arithmetische Serieneinteilung vorhanden ist, ergibt sich Übereinstimmung der Verteilungs- mit den arithmetischen Serien. Dasselbe gilt auch für die untersuchten anderen Metalle: Ag, Cu, Zn, Al und Mg. Auf Grund der gefundenen Übereinstimmung kann man die neue Methode direkt zur Korrektur oder Vervollständigung der in vielen Fällen unsicher aufgestellten Serieneinteilung verwenden, was im einzelnen bei den betreffenden Metallen ersichtlich gemacht worden ist und was auch ohne Zweifel besonders bei den hier nicht untersuchten Metallen mit komplizierteren Spektren noch wesentliche Dienste leisten kann.

6. Unsere Methode gibt auch den ersten sicheren Fingerzeig dafür, wie sich die Außerserienlinien regelmäßig gruppieren lassen, denn es ist anzunehmen, daß die von einer bestimmten Lichtquellschicht emittierten Außerserienlinien demselben oder verwandtem Zustande der emittierenden Atome zugehören, wie die von derselben Schicht emittierten, in Serien eingeteilten Linien. Da die größte Anzahl der bekannten Linien eben die Außerserienlinien sind, ist dieser Gesichtspunkt von besonderer Bedeutung. Wir haben ihn in Vorliegendem bei einer größeren Zahl von Metallen durchgeführt.

7. Es sind zwei neue Linien im Kupferspektrum gefunden worden, und es wurde gezeigt, daß sich in diesem Spektrum drei Paare mit der konstanten Schwingungsdifferenz $\Delta\nu = 90$ befinden, welche alle denselben Sitz haben, sowohl im Bogen wie auch im Funken. Die neuen Linien gehören zu den Komponenten dieser Paare.

Die vorliegende Arbeit wurde auf Anregung von Hrn. Geheimrat Lenard ausgeführt. Es ist mir eine angenehme Pflicht, ihm sowie auch Hrn. Privatdozent Dr. Ramsauer für das stete Interesse an der Arbeit und für vielfache Ratschläge meinen wärmsten Dank auszusprechen.

Die im Sommer 1911 begonnene Arbeit war bereits im Sommer 1913 vollendet; ihre Veröffentlichung hat sich aus äußeren Gründen sehr verzögert.

(Eingegangen 9. August 1915.)

**6. Über die Konstante c des Wien-Planckschen Strahlungsgesetzes;
von E. Warburg und C. Müller.**

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

[II. Mitteilung.¹⁾]

§ 24. Unsere Versuche über die Konstante c des Wien-Planckschen Strahlungsgesetzes haben wir nach der in den §§ 1 und 2 der vorigen Mitteilung beschriebenen Methode fortgesetzt und dabei aus den im § 7 angegebenen Gründen zur Zerlegung der Strahlung ein Quarzprisma benutzt. Wir berichten zunächst über einige Verbesserungen, welche die Apparatur und das Verfahren betreffen.

§ 25. Den früheren Versuchen kann der Vorwurf gemacht werden, daß die Absorption des Quarzes, welche in die radiometrische Temperaturbestimmung eingeht, an einer besonderen Quarzplatte und nicht an der Substanz des benutzten Prismas gemessen wurde (§ 5, Anm. 2, p. 614). Wir haben daher zunächst an einer sehr reinen, 58,047 mm dicken, senkrecht zur optischen Achse geschnittenen Platte für Strahlen von der Richtung der optischen Achse die Absorption untersucht und sie für $\lambda = 0,71$ nicht unbeträchtlich, zwischen $\lambda = 1,74$ und $1,13$ unmerklich und von $2,05 \mu$ an nach längeren Wellen hin wachsend gefunden. Die Absorption A , d. h. die durch Absorption der Platte verursachte Schwächung der Intensität der Strahlung in Bruchteilen der auffallenden ergab sich für

λ	2,133	2,172	2,210	2,246 μ
A	0,0049	0,0115	0,0156	0,0117

Für den gegenwärtigen Zweck kommen nur die Werte für $\lambda = 2,133$ und $2,172$ in Betracht.

Aus dieser Platte wurde alsdann ein Prisma so geschnitten, daß die Richtung symmetrischen Durchganges bei der D -Linie

1) Die Paragraphen dieser Mitteilung sind mit denen der ersten (Diese Annalen 40. p. 609. 1913) fortlaufend numeriert.

sehr nahe in die Richtung der optischen Achse fiel. Die Absorption ist also für Strahlen derjenigen Richtung gemessen worden, welche für die radiometrische Messung in Frage kommen. Nach Hrn. Schönrocks Messungen weicht die Richtung symmetrischen Durchganges höchstens um $20''$ von der optischen Achse ab, so daß aus der Doppelbrechung keine Fehler entstehen können (vgl. § 21).¹⁾ Alle neuen Versuche sind mit diesem Prisma gemacht worden.

§ 26. Ein weiterer Mangel der früheren Versuche ist folgender. In dem Spiegelspektrometer wird die Strahlung, deren Intensität Gegenstand der Messung ist, durch zweimalige Reflexion an den Silberspiegeln selektiv geschwächt. Die Berechnung der Schwächung geschah bei den bisherigen Versuchen nach einer Formel, welche Beobachtungen an frisch versilberten Spiegeln zusammenfaßte (§ 12); es wurde indessen l. c. bereits bemerkt, daß die so gefundene Korrektion nicht ganz sicher sei, weil das Reflexionsvermögen mit zunehmendem Alter der Spiegel abnimmt. Bei den neuen Versuchen ist daher in unmittelbarem Zusammenhang mit den verschiedenen Versuchsreihen das Reflexionsvermögen der Spiegel nach der auch früher benutzten Methode von Hagen und Rubens²⁾ für die in Frage kommenden Wellenlängen jedesmal gemessen worden.

§ 27. Zu den beiden bisher benutzten Strahlern (§§ 4 und 15) ist ein dritter hinzugekommen, nämlich ein Lummer-Kurlbaumscher Strahler, dessen Heizrohr in den linearen Dimensionen doppelt so groß ist als das des alten Modelles.³⁾ Doch ist die Öffnung in der innersten Blende b am Mittelblock (Fig. 1) relativ klein gemacht; sie hat nämlich einen Durchmesser von 30 mm, und da die Lichtweite des Heizrohres 60 mm, die Länge der letzten Kammer 42 mm beträgt, so ist der Querschnitt der strahlenden Öffnung nur

1) Hr. Schönrock hat an diesem Quarzprisma sowie an den beiden in unserer ersten Mitteilung benutzten den Brechungsexponenten des ordentlichen und außerordentlichen Strahles für die Mitte der D -Linien mit einer Genauigkeit von $\pm 5 \cdot 10^{-6}$ gemessen. Es ergaben sich Unterschiede bis zu $25 \cdot 10^{-6}$, so daß verschiedene Bergkristallindividuen verschiedenes Brechungsvermögen haben können (vgl. Zeitschr. f. Instrumentenkunde 34. p. 192. 1914).

2) E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 11. p. 876. 1903.

3) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Ann. d. Phys. 5. p. 829. 1901.

5,5 Proz. der Kammeroberfläche gegen 11,7 Proz. bei dem alten Modell. Die für die Hohlraumstrahlung geforderten geometrischen Bedingungen sind daher bei dem großen Modell erheblich besser als bei dem kleinen erfüllt. Auch in bezug auf Temperaturgleichförmigkeit zeigte sich jenes diesem bereits dem Augenschein nach bedeutend überlegen. Thermoelektrische Messungen beim Goldschmelzpunkt ergaben darüber

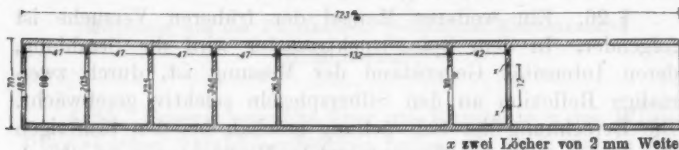


Fig. 1.

folgendes. In der Ofenachse war die Temperatur am Mittelblock um $0,5^\circ$ tiefer als im Querschnitt der innersten Blende, hier um $0,7^\circ$ tiefer als am Innenrand dieser Blende, endlich am Mittelblock in der letztgenannten Zone um $1,6^\circ$ höher als in der Blockmitte. Bei 1400°C . ist die Temperaturgleichförmigkeit noch bedeutend besser, indem die maximalen Temperaturunterschiede derselben Stellen nur $0,6^\circ$ betragen. Die nach vorn zu gelegenen Blenden sind so gewählt, daß ihre Innenränder durch den Kegel berührt werden, welcher von der Öffnung in *b* zu der vordersten Öffnung führt. Eine besondere Vorrichtung erlaubte, den Strahler so zu justieren, daß nur Strahlen des Mittelblocks zum Bolometer gelangten. Der Durchbiegung des Heizrohres wurde durch eine Stütze hinter dem Mittelblock vorgebeugt. Die verbrauchte Leistung betrug bei 1400°C . etwa 2,3 Kilowatt; sie war infolge sorgfältiger Wärmeisolation durch starke Kieselgurpackungen nur um 10–20 Proz., die thermische Trägheit indessen bedeutend größer als bei dem kleinen Modell.

§ 28. Zur Festhaltung der Strahlertemperatur braucht man ein Mittel, um ihre Konstanz zu beurteilen. Dazu dient in dem Lummer-Kurlbaumschen Modell ein Thermoelement, beim Kohlevakuumstrahler, bei welchem die thermoelektrische Methode nicht anwendbar ist, ein Bolometer, welches die vom Mittelblock nach hinten gesandte Strahlung empfängt (Haltebolometer). Die früher zutage getretenen Mängel dieser

Methode wurden behoben, indem man das Instrument in ein größeres Wasserbad derart einsetzte, daß die Ofenstrahlung eine größere Wasserschicht durchdringen mußte. Hierdurch wird die der Mittelblockstrahlung übergelagerte, unabhängig von dieser schwankende langwellige Strahlung der kühleren Ofenteile abgefangen und die benutzte Strahlung kurzwelliger und damit temperaturempfindlicher gemacht. Außerdem stellt aber die Methode an sich hohe Anforderungen an die Konstanz der Umgebungstemperatur, mit deren Änderung der Nullpunkt des strombelasteten, unbestrahlten Bolometers wandert. Mit Hilfe dieser Anordnung gelang es, die Strahlertemperatur beim Goldschmelzpunkt während eines Versuches bis auf $0,4^{\circ}$ festzuhalten. Bei höherer Temperatur liegen die Verhältnisse noch bedeutend günstiger. Die Aufnahme von Goldschmelzpunktsisothermen mit dem Kohlestrahler ist erst durch diese Verbesserung des Haltebolometers möglich geworden.

§ 29. Es möge noch in Kürze an das Prinzip der spektralbolometrischen Methode erinnert werden, bei welcher es sich stets um das Verhältnis zweier Strahlungsenergien zwischen den Wellenlängen $\lambda_1 + d\lambda$ und $\lambda_2 + d\lambda$ handelt; bei der Bestimmung von Isochromaten ist $\lambda_1 = \lambda_2$. Man mißt die Energie, welche auf den in das prismatische Spektrum eingeführten Bolometerstreifen fällt. Die Breite des Bolometerstreifens soll gleich der Breite des Spaltes sein und dieser in natürlicher Größe im Spektrum abgebildet werden. Der Betrag jener Energie ist, wenn selektive Absorption des Bolometerstreifens als ausgeschlossen gelten kann, proportional der durch die Bestrahlung bewirkten Widerstandsänderung des Streifens, diese unter geeigneten Umständen proportional der Spannung, welche an den vorher spannungslosen Enden des Brückendrahtes in der Wheatstoneschen Stromverzweigung hervorgerufen wird und welche bei der von uns angewandten Kompensationserschaltung¹⁾ dem Kompensationswiderstand R umgekehrt proportional ist (§ 18).²⁾

1) E. Warburg u. G. Leithäuser, Zeitschr. f. Instrumentenk. 30. p. 119. 1910.

2) Vergleichende Strahlungsmessungen mittels eines geeichten Sektors ergaben, daß auch bei den kleinsten benutzten Energien die Intensitätsverhältnisse nach der Kompensationsmethode bis auf etwa 1,5 Prom. richtig gemessen wurden.

$1/R_s$ ist also das Maß für die an derjenigen Stelle des prismatischen Spektrums, welche der Strahlenablenkung δ entspricht, beobachtete Intensität. Sei $1/R_s^0$ die auf unendlich schmalen Spalt reduzierte, von dem Einfluß selektiver Schwächungen befreite und auf das Normalspektrum reduzierte Intensität, dann ist

$$(1) \quad \begin{cases} R_s^0 = R_s \cdot \frac{\varphi \cdot r_1 \cdot r_2 (1-A) \cdot \frac{d\lambda}{dn} \cdot \frac{dn}{d\delta}}{1-\varphi}, \\ \text{wo} \\ \varphi = (1-r_s)^2 (1-r_b)^2 (1-r_p) (1-r_{p1}) \end{cases}$$

und r_b , r_s , r_p , r_{p1} bzw. die Reflexionskoeffizienten an den Flächen der Verschlußplatten des Vakuumbolometers, des Strahlers, an der vorderen und der hinteren Prismenfläche bedeuten. r_1 und r_2 sind die Reflexionskoeffizienten an den Silberspiegeln des Spektrometers, A ist die in § 25 bestimmte, auf die mittlere Dicke des benutzten Prismenteils reduzierte Absorption in diesem; endlich φ die Spaltbreitenkorrektur welche bei Berücksichtigung der beiden ersten Korrektionsglieder der Rungeschen Formel¹⁾ den Wert hat:

$$(2) \quad \begin{cases} \varphi = \frac{1}{12} \left[\frac{R_s}{R_s+\beta} + \frac{R_s}{R_s-\beta} - 2 \right] \\ - \frac{1}{90} \left[\frac{R_s}{R_s+2\beta} + \frac{R_s}{R_s-2\beta} - 2 - 4 \left(\frac{R_s}{R_s+\beta} + \frac{R_s}{R_s-\beta} - 2 \right) \right], \end{cases}$$

indem β die Breite des Spaltbildes, gesehen vom Mittelpunkt des zweiten Spektrometerspiegels, bedeutet.

Der Faktor $\frac{d\lambda}{dn} \cdot \frac{dn}{d\delta}$, wo n der Brechungsindex, bewirkt die Reduktion aufs Normalspektrum.

Von der Spaltbreitenkorrektur abgesehen kommen die Korrektionsgrößen nur in Betracht, sofern sie selektiv sind, d. h. von der Wellenlänge abhängen, und können deshalb bei den Isochromaten außer acht bleiben; hier ist nur die Spaltbreitenkorrektur zu berücksichtigen, welche für dieselbe Wellenlänge bei verschiedenen Strahlertemperaturen, also verschiedener Intensitätsverteilung, verschiedene Werte annimmt. Die geringste Bedeutung hat die Korrektionsgröße φ , welche

1) C. Runge, Zeitschr. f. Math. u. Phys. 42. p. 205. 1897.

für den Fall eines Quarzprismas von 62° und einer Flußspatplatte als Verschuß des Vakuumbolometers folgende Werte hat:

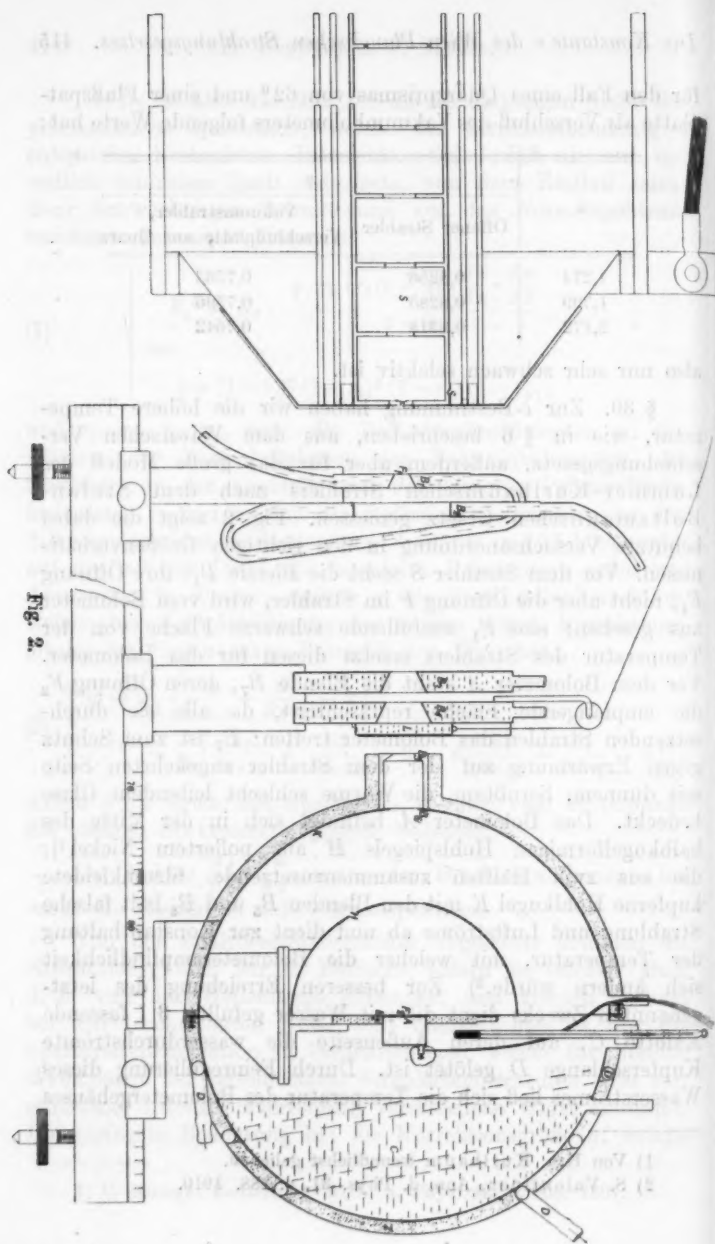
λ	q	
	Offener Strahler	Vakuumstrahler, Verschußplatte aus Quarz
1,274	0,8256	0,7562
1,709	0,8285	0,7596
2,172	0,8318	0,7642

also nur sehr schwach selektiv ist.

§ 30. Zur c -Bestimmung haben wir die höhere Temperatur, wie in § 6 beschrieben, aus dem Wienschen Verschiebungsgesetz, außerdem aber für das große Modell des Lummer-Kurlbaumschen Strahlers nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz gemessen. Fig. 2 zeigt die dabei benutzte Versuchsanordnung in den richtigen Größenverhältnissen. Vor dem Strahler S steht die Blende B_1 ; ihre Öffnung F_1 , nicht aber die Öffnung F im Strahler, wird vom Bolometer aus gesehen; eine F_1 ausfüllende schwarze Fläche von der Temperatur des Strahlers ersetzt diesen für das Bolometer. Vor dem Bolometer A steht die Blende B_7 , deren Öffnung F_2 die empfangende Fläche repräsentiert, da alle sie durchsetzenden Strahlen das Bolometer treffen; B_7 ist zum Schutz gegen Erwärmung auf der dem Strahler zugekehrten Seite mit dünnem, berußtem, die Wärme schlecht leitendem Glase bedeckt. Das Bolometer A befindet sich in der Mitte des halbkugelförmigen Hohlspiegels H aus poliertem Nickel¹⁾; die aus zwei Hälften zusammengesetzte, filzumkleidete kupferne Hohlkugel K mit den Blenden B_5 und B_6 hält falsche Strahlung und Luftströme ab und dient zur Konstanthaltung der Temperatur, mit welcher die Bolometerempfindlichkeit sich ändern würde.²⁾ Zur besseren Erreichung des letztgenannten Zwecks dient die mit Wasser gefüllte, 3 l fassende Kalotte C , auf deren Außenseite die wasserdurchströmte Kupferschlange D gelötet ist. Durch Feinregulierung dieses Wasserstromes ließ sich die Temperatur des Bolometergehäuses

1) Von Hrn. Kurlbaum freundlichst geliehen.

2) S. Valentiner, Ann. d. Phys. 31. p. 288. 1910.



sehr gut konstant halten. Die zwischen B_1 und B_5 eingeschalteten Blenden B_2 , B_3 , B_4 dienen ebenfalls zur Abhaltung falscher Strahlung, die Ränder der Öffnungen aller dieser Blenden sind zur Vermeidung störender Reflexionen zugeschärft, geschwärzt und berußt. B_1 und B_2 werden von Wasser von der Temperatur der Umgebung durchströmt, B_3 und B_4 enthalten ruhendes Wasser. Wenn bei Abblendung des Ofens das Bolometer beim Öffnen der Klappe L einen kleinen Ausschlag zeigt, so kann man diesen beseitigen, indem man die Temperatur des B_1 und B_2 durchströmenden Wassers ein wenig ändert. Einen sehr kleinen etwa noch übrigbleibenden Ausschlag bringt man in Rechnung.

Zur Prüfung der Anordnung wurde die Gültigkeit des Entfernungsgesetzes untersucht, wobei man die Entfernung zwischen F_1 und F_2 von $d = 480,5$ auf $d' = 881,5$ mm brachte. Der Versuch lieferte eine etwas größere Intensitätsabnahme als das Entfernungsgesetz, indem die nach diesem aus den Intensitäten und d berechnete Entfernung d' um 6,8 oder 4,7 Promille zu groß ausfiel, je nachdem die Strahlertemperatur auf dem Goldschmelzpunkt oder auf 1400°C . gehalten wurde. Diese kleine Unstimmigkeit rührt jedenfalls zum Teil daher, daß nach § 27 die Temperatur des Mittelblocks von seinem Mittelpunkt nach außen hin ein wenig zunimmt und die Beteiligung der wärmeren seitlichen Teile an der zum Bolometer gelangenden Strahlung mit Vergrößerung des Abstandes abnimmt. Damit ist im Einklang, daß bei der höheren Strahlertemperatur, bei welcher nach § 27 jene kleinen Temperaturdifferenzen geringer sind, die Abweichungen vom Entfernungsgesetz kleiner ausfallen.

Im Fall des kleineren Abstandes ($d = 480,5$ mm) war bei dieser höheren Temperatur die Temperatursteigerung des bestrahlten Bolometerstreifens bereits so groß, daß eine Empfindlichkeitskorrektur gemäß den Valentinerschen Messungen angebracht werden mußte (0,3 Proz.). Wir haben diese Korrektur noch in anderer Weise ermittelt, indem wir die hohe Intensität mittels Sektors in bestimmtem Betrage abschwächten und das Intensitätsverhältnis wie sonst nach der Kompensationsmethode bestimmten. Die Korrektur ergab sich hier nach zu 0,33 Proz. im erwarteten Sinne.

Bei den vergleichenden Temperaturmessungen nach dem

Wienschen Verschiebungsgesetz und dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz wurde im letzteren Falle die kleinere Entfernung von 480,5 mm gewählt, weil bei ihr die auf die empfangenden Bolometer beider Apparaturen fallende Strahlung ungefähr von den gleichen Blockteilen herrührte.

§ 31. Es liegen uns im ganzen 22 zum Zweck der c -Bestimmung ausgeführte Versuchsreihen vor, bei welchen die in den §§ 25–30 beschriebenen Apparate und methodischen Verbesserungen zur Anwendung kamen, und zwar enthält die Tab. 1 die mit dem kleinen Modell, Tab. 2 die mit dem großen Modell des Lummer-Kurlbaumschen Strahlers, endlich Tab. 3 die mit dem Vakuumkohlestrahler ausgeführten Versuchsreihen.

In diesen bedeutet $\Theta = R_{1,132}/R_{2,172}$ (4. Vertikalreihe) das Verhältnis der prismatischen Intensitäten bei $\lambda = 2,172$ und $1,132 \mu$ beim Goldschmelzpunkt, welches bezüglich der Justierung des Apparates und der Beschaffenheit der Spiegel ein vorläufiges Urteil ermöglicht. In der 6. Vertikalreihe ist der Faktor $r_1 r_2 / r_1' r_2'$ angegeben, mit welchem bei der radiometrischen Temperaturbestimmung das Verhältnis der maximalen Intensitäten wegen selektiver Spiegelreflexion multipliziert werden muß (vgl. Formel 1).

§ 32. An dem Beobachtungsmaterial möge zunächst geprüft werden, inwieweit die Größe c sich aus den spektralbimetrischen, auf der Carvalloschen Dispersionskurve für Quarz fußenden Messungen als Konstante erweist, bzw. welche Änderungen sie zeigt je nach den zu ihrer Bestimmung verwandten Wellenlängen, Strahlern und Temperaturbereichen.

Die beiden erstgenannten Punkte prüfen wir an den mit dem kleinen (L_1) und großen (L_2) Modell des Lummer-Kurlbaumschen Strahlers beim Goldschmelzpunkt und bei 1400°C . angestellten Versuchen. Die Tab. 4 gibt die aus Isochromaten verschiedener Wellenlängen abgeleiteten Werte von c , wobei die höhere Temperatur nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz bestimmt wurde. Die eingeklammerten Ziffern hinter jedem Wert bedeuten die Zahl der unabhängigen Bestimmungen, welche zu dem betreffenden Wert geführt haben.

Tabelle 1.
Versuche mit dem kleinen Modell L_1 des Lummer-Kurbaumschen Strahlers. $T_1 = 1935,8^\circ$.

Nummer des Versuchs	Datum	Prismen- temperatur	$\theta = \frac{R_{\lambda,193}}{R_{\lambda,175}}$	T_2 nach Wiens Verschie- bungs- gesetz	Spiegel- korrektur $\frac{r_1 r_2}{r_1' r_2'}$	Werte von c bei Benutzung von Carvallos Formel $\lambda = 0,5893$	Werte von c bei Benutzung von Carvallos Formel $\lambda = 2,172$	Bemerkungen.
I	30. IX. 14	19,5°	2,782	1672,3°	1,0029	—	14263	Neue Justierung, neue Spiegel. T_1 durch Goldschmelzpunkt- versuche neu bestimmt.
II	2. X. 14	19,5	2,754	1671,7		—	14265	Wiederholung.
III	5. X. 14	19,5	2,786	1671,7		—	14261	Wiederholung; Ofen weniger gut ausgeglichen.
IV	17. X. 14	19,7		1676,4	1,0052	14214	14264	Neues Strahlrohr; T_1 durch Goldschmelzpunktversuche neu festgelegt.
V	20. X. 14	19,6		1675,6		14275	14269	Spektralphotometer (§ 9) neu justiert.
VI	22. X. 14	19,3		1675,8		14257	14265	Spektralphotometer neu ju- stiert.

Tabelle 2. Versuche mit dem großen Modell L_2 des Lummer-Kurlbaumschen Strahlers. $T_1 = 1385,8^\circ$.

Nummer des Versuchs	Datum	Prismen-temperatur	T_2 nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz bestimmt		Spiegel-korrekt. $\frac{r_1 r_2}{r_1' r_2'}$	T_2 nach dem Stefan-Boltzmannschen Ges. bestimmt		Bemerkungen
			$\Theta = \frac{R_{1,173}}{R_{2,173}}$	T_2		Werte von c bei Benutzung von Carvallos Formel	Werte v. c b. Ben. v. Carvallos Form.	
					$\lambda = 0,5893$	$\lambda = 1,132$	$\lambda = 1,588$	
VII	13. I. 15	19,1°	—	1677,5°	—	—	14261 14278	14225 14243
VIII	15. I. 15	19,2	2,840	1677,5	—	14267	14294 14291	14219 14246 14243
IX	25. I. 15	19,1	—	1676,5	—	—	14279 14278	1677,9 — 14234 14232
					1,0041			
X	30. I. 15	19,6	2,825	1676,3	—	14254	14294 14284	1678,0 14200 14239 14229
XI	4. II. 15	19,7	—	1676,3	14282	—	14267 14294	— — —
XII	6. II. 15	18,9	—	1677,3	14253	—	14292 14296	— — —
XIII	10. II. 15	19,1	2,865	1676,2	14313	14269	14294 14298	— — —

Am Spiegelspektromet. Bolometer neu eingekittet. T_1 durch Goldschmelzpunktversuche neu festgelegt; sehr gute Spektrometer-spaltabbildung. Wiederholung. Zimmerfeuchtigkeit 44 Proz. Verkürzter Spektrometerpalt. Zweiter Spiegel an anderer Stelle ausgenutzt. Neue Tiefeinstellung des Spektrolbolometers. Ofen neu ausgeglichen. Neuer Goldschmelzpunktanschluß. Feuchtigkeit 37 Proz. Neuer Goldschmelzpunktanschluß. Zimmerfeuchtigkeit 24 Proz. Spektralphotomet. (§ 9) neu just.; Goldschmelzpunkt neu angeschl. Spektralphotometern neu justiert und etwas

Tabelle 4.

λ	0,5893	1,132	1,588	2,172 μ	Mittel
L_1	14249 (3)	14262 (3)	14255 (6)	14251 (6)	14254
L_2	14283 (3)	14263 (3)	14283 (7)	14288 (7)	14279

Es zeigt sich kein Gang mit der Wellenlänge; die größten Unterschiede in den aus Isochromaten verschiedener Wellenlängen gefolgerten c -Werten belaufen sich bei L_1 auf $13 = 1$ Promille, bei L_2 auf $25 = 1,7$ Promille. Damit ist die Unabhängigkeit des c von der Wellenlänge zwischen 0,589 und 2,172 innerhalb der Fehlergrenzen erwiesen.

Auch liefern beide Strahler innerhalb der Fehlergrenzen denselben Mittelwert von c , der Unterschied beträgt 25 Einheiten gleich 1,7 Promille. Aus den in § 27 angeführten Gründen legen wir den Versuchen mit L_2 , welche zu einem etwas höheren Wert führen, das größere Gewicht bei.

§ 33. Die folgende, auf den Vakuumkohlestrahler bezügliche Tabelle gibt die c -Werte aus Isochromaten zwischen dem Goldschmelzpunkt T_1 und $T_2 = 1675^\circ$ abs. einerseits, 2245° abs. andererseits.

Tabelle 5.

	Vakuumkohlestrahler.				
λ	0,589	1,132	1,588	2,172	Mittel
1675° abs.	14273 (1)	14168 (3)	14198 (2)	14227 (3)	14217
2245° abs.	14268 (3)	14195 (5)	14226 (4)	14257 (6)	14237

Die Vertikalreihen zeigen sowohl in den Einzelwerten wie im Mittel keine die Fehlergrenzen übersteigenden Differenzen, woraus die Konstanz von c innerhalb 1837° und 2245° abs. gefolgert werden kann.

Für den absoluten Wert von c können wir den Versuchen mit diesem Strahler nicht das gleiche Gewicht beilegen wie den Versuchen mit den beiden Strahlern des Lummer-Kurlbaumschen Modells; besonders deshalb nicht, weil der Anschluß an den Goldschmelzpunkt beim Kohlestrahler indirekt, nämlich durch photometrische Vergleichen nach der ersten der beiden in § 15 beschriebenen Methoden gemacht wurde. Außerdem zeigt die Tab. 3 in den Werten aus Isochromaten verschiedener Wellenlängen viel größere Differenzen als die Tab. 1 und 2.

§ 34. Endlich möge die radiometrische Temperaturbestimmung nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz und nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz verglichen werden. Bei den diesbezüglichen Versuchen (Nr. VII—X, Tab. 2) war der Strahler L_2 auf Schienen montiert und wurde abwechselnd vor die beiden zu den Messungen dienenden Apparaturen gefahren; alsdann wurde die höhere Temperatur von ungefähr 1675° abs. aus der Goldschmelzpunkttemperatur ($1335,8^\circ$ abs.) durch die Intensitätsverhältnisse in bekannter Weise abgeleitet und, wie die Tab. 2 zeigt, nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz um $1,1$ — $1,7^\circ$ höher als nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz gefunden. Die folgende Tabelle gibt die c -Werte, je nachdem die Temperatur nach dem einen oder anderen Gesetz bestimmt wurde.

Tabelle 6.

Strahler L_2 .

λ	1,132	1,588	2,172	Mittel
Wiens Verschiebungsgesetz . .	14261	14282	14283	14275
Stefan-Boltzmannsches Gesetz	14210	14236	14237	14228

Der vom Stefan-Boltzmannschen Gesetz gelieferten höheren Temperatur entspricht ein im Mittel um 47 Einheiten oder 3,3 Promille kleineres c .

Frühere Versuche mit dem kleineren Modell L_1 des Lummer-Kurlbaumschen Strahlers lieferten c gleich 14200, 14500 oder 14370, je nachdem man, vom Goldschmelzpunkt ausgehend, eine Temperatur von ungefähr 1400° C. 1. nach dem Stefanschen Gesetz, 2. nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz mit Flußspatprisma, 3. nach demselben Gesetz mit Quarzprisma bestimmte; oder, was dasselbe sagt, sie lieferten die Temperatur von ungefähr 1400° C. in dem 2. und 3. Fall bzw. um $8,9^\circ$ und $5,1^\circ$ tiefer als nach dem Stefanschen Gesetz. Differenzen, welche, obgleich denselben Sinn bewahrend, infolge der neuen Versuche für den Fall 3 auf ungefähr $1,4^\circ$ hinabgegangen sind. Die Verbesserung gegenüber den alten Quarzversuchen rührt daher, daß einerseits infolge der neuen Versuchsverbesserungen das Wiensche Verschiebungsgesetz höhere, andererseits das Stefansche Gesetz

mit dem großen Modell des Lummer-Kurlbaumschen Strahlers L_2 etwas tiefere Temperaturen liefert als mit L_1 . Letzteres beruht vielleicht zum Teil darauf, daß die strahlende Öffnung bei L_2 10 mm, bei L_1 nur 5 mm Durchmesser hatte und deshalb L_2 in bezug auf störende Beugung der längeren Wellen sich günstiger als L_1 verhielt; einige Versuche mit Öffnungen verschiedener Größe sprechen für diese Annahme.

Auch nach den neuen Versuchen liefert das Stefan'sche Gesetz etwas höhere Temperaturen als das Wiensche Verschiebungsgesetz. Man könnte daran denken, dies durch die Absorption der Kohlensäure und des Wasserdampfes der Luft zu erklären. Mit steigender Temperatur rückt nämlich der Schwerpunkt der Gesamtstrahlung gegen kürzere Wellen, wobei die Schwächung durch Absorption im allgemeinen abnimmt; aus diesem Grunde müßte die höhere Temperatur T_2 , nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz aus der tieferen T_1 abgeleitet, zu hoch ausfallen. Versuche zur Prüfung dieser Ansicht haben indessen zu keinem bestimmten Ergebnis geführt.

Wie in § 30 beschrieben, befand sich das Bolometer in der Mitte eines halbkugelförmigen Hohlspiegels H . Um dessen Wirkung zu prüfen, wurde zwischen H und dem Bolometer eine berußte Metallkugel konzentrisch angeordnet, welche mittels einer nach außen gehenden Achse während der Messungen vor oder hinter das Bolometer gestellt werden konnte. Im ersten Fall, in welchem die Wirkung des Hohlspiegels ausgeschaltet war, zeigte sich zwar eine Herabsetzung¹⁾ der Intensität um mehrere Prozente, aber prozentisch die gleiche Herabsetzung; mochte der Strahler die Temperatur des Goldschmelzpunktes oder 1400° C. haben. Unvollkommene Schwächung spielt also bei diesen Versuchen keine Rolle, und es erweist sich sogar der Hohlspiegel als überflüssig.

1) Dies rührt nicht allein daher, daß der Hohlspiegel den Bolometerstreifen „schwärzt“. Denn auch wenn der letztere für sich bereits vollkommen schwarz wäre, so würde doch bei gleicher Energiezufuhr, mag diese durch Strahlung oder Stromwärme erfolgen, die Temperaturerhöhung des Bolometerstreifens durch den Hohlspiegel vergrößert werden. Wir beabsichtigen dies und einiges damit Zusammenhängende in einer besonderen Mitteilung weiter auszuführen.

§ 35. Immerhin ist die übrigbleibende Unstimmigkeit zwischen dem Verschiebungs- und dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz so gering, daß wir unsere diesbezüglichen Versuche vorläufig als abschließend betrachten würden, wenn nicht ein Zweifel hinsichtlich der Dispersion des Quarzes entstanden wäre. Unseren Rechnungen liegt, wie öfter bemerkt, die Carvallosche Dispersionskurve zugrunde, und zwar die Formel auf p. 729 und 730¹⁾, durch welche er seine Messungen zwischen $\lambda = 0,59855$ und $2,1719 \mu$ zusammenfaßt. Nun geht aus seinen Tab. I und II l. c. hervor, daß in dem Gebiet zwischen $1,1$ und $2,17 \mu$, welches für unsere Messungen allein in Betracht kommt, die Differenzen zwischen den beobachteten und nach der Formel berechneten Werten mit einer Ausnahme sämtlich das gleiche Zeichen aufweisen. Es schien daher zweckmäßig, die Beobachtungen dieses Gebietes durch eine sich ihnen besser anschließende Formel darzustellen. Doch werden die Ergebnisse hierdurch nur wenig verändert.

Indessen hat Paschen²⁾ über die Dispersion des Quarzes in der Richtung der optischen Achse in dem für uns in Betracht kommenden Gebiete neue Messungen angestellt, zu welchen er bemerkt: „Carvallos Werte stimmen im Beginn ($0,67 \mu$) und am Ende ($2,17 \mu$) seiner Messung genau mit meinen überein. Dazwischen sind sie kleiner. Die größte Differenz bei $1,3 \mu$ beträgt $0,00007$.“ Es entsprechen also denselben Brechungsexponenten, d. h. denselben Einstellungen am Spektralapparat nach Paschen etwas andere Wellenlängen als nach Carvallo. Ferner wird aber wegen der erwähnten Art der Differenzen der Wert $d\lambda/dn$, welcher als Faktor in die reziproke Normalintensität eingeht, gerade da nicht unbedeutend verändert, wo er für die radiometrische Temperaturmessung in Betracht kommt. Wir haben deshalb unsere Versuche auch nach der Paschenschen Dispersionskurve berechnet.

§ 36. Zwischen $\lambda = 1,178$ und $2,35728 \mu$ lassen sich die Messungen von Paschen durch folgende Formel darstellen:

1) E. Carvallo, *Compt. rend.* **126**, p. 728. 1898.

2) F. Paschen, *Ann. d. Phys.* **35**, p. 1005. 1911.

$$(3) \quad \begin{cases} n^2 = b^2 + \frac{M_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - \frac{M_2}{\lambda_2^2 - \lambda^2} - 333 (\lambda - 1,768) \cdot 10^{-6}, \\ \text{wo } b^2 = 3,462900, & \lambda_1^2 = 0,010627, \\ M_1 = 0,010654, & \lambda_2^2 = 100,77, \\ M_2 = 111,49. \end{cases}$$

Die drei ersten Glieder der rechten Seite von (3) stellen die Formel von Rubens dar, vier der eingehenden Konstanten haben die Rubensschen Werte, nur M_2 ist ein wenig verändert und alsdann ein Korrektionsglied hinzugefügt, mittels dessen in den angegebenen Grenzen die Beobachtungen so wiedergegeben werden, daß Differenzen in n von $1-12 \cdot 10^{-6}$ übrig bleiben. Aus (3) folgt:

$$(3a) \quad \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{1}{n} \cdot \left\{ \lambda \left(\frac{M_1}{(\lambda^2 - \lambda_1^2)^2} + \frac{M_2}{(\lambda_2^2 - \lambda^2)^2} \right) + 166,5 \cdot 10^{-6} \right\}.$$

In derselben Weise haben wir Carvallos Messungen zwischen $1,2288$ und $2,1719 \mu$ dargestellt durch die Formel:

$$(4) \quad n^2 = b^2 + \frac{M_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - \frac{M_2}{\lambda_2^2 - \lambda^2} + (1812 - 2130 \cdot \lambda + 561 \lambda^2) \cdot 10^{-6},$$

wo die 5 Konstanten der drei ersten Glieder auf der rechten Seite wieder die oben angegebenen Werte haben. Diese Formel gibt in dem genannten Gebiet einen etwas besseren Anschluß an die Beobachtungen als die Formel von Carvallo. Aus (4) folgt:

$$(4a) \quad \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{1}{n} \left\{ \lambda \left(\frac{M_1}{(\lambda^2 - \lambda_1^2)^2} + \frac{M_2}{(\lambda_2^2 - \lambda^2)^2} \right) + (1065 - 561 \lambda) 10^{-6} \right\}.$$

§ 37. Die Einstellungen am Spektralapparat entsprechen gewissen Werten des Brechungsexponenten; welche Werte von λ und $dn/d\lambda$ dazu gehören, hängt von der benutzten Dispersionsformel ab. Nach der Carvalloschen Formel rechnend, haben wir gewisse Werte von λ angenommen, für diese n und $dn/d\lambda$ nach der Formel berechnet und auf die gefundenen Werte von n eingestellt.

Um nun die Beobachtungen nach den Formeln (3) und (4) zu berechnen, haben wir zunächst für jene Wellenlängen die zugehörigen n und $dn/d\lambda$ aus (3) und (4) entnommen und alsdann durch Interpolation die Werte von λ und $dn/d\lambda$ ermittelt, welche den von uns eingestellten Brechungsexponenten entsprechen. Folgende Tabelle enthält das Ergebnis dieser Rechnung.

Tabelle 7.

n	Carvallo, alte Formel (CA)		Carvallo, neue Formel (CN)		Paschen (P)	
	λ (CA)	$\frac{d\lambda}{dn}$ (CA)	λ (CN)	$\frac{d\lambda}{dn}$ (CN)	λ (P)	$\frac{d\lambda}{dn}$ (P)
1,533185	1,132	74,95	1,13482	74,28	1,13711	75,17
1,527152	1,588	72,18	1,58850	72,03	1,59355	71,92
1,526397	1,642	70,76	1,64221	70,67	1,64722	70,44
1,525437	1,709	68,90	1,70921	68,86	1,71387	68,52
1,524955	1,742	67,97	1,74214	67,93	1,74674	67,55
1,524287	1,787	66,68	1,78713	66,65	1,79138	66,22
1,520070	2,052	59,21	2,052	58,99	2,05599	58,39
1,519370	2,093	58,10	2,093	58,18	2,09455	57,52
1,518675	2,133	57,04	2,133	56,97	2,13407	56,31
1,517986	2,172	56,03	2,17194	55,94	2,17288	55,26
1,517301	2,210	55,06	2,20984	54,95	2,21005	54,27
1,516642	2,246	54,15	2,24578	54,03	2,24547	53,32

Mit Hilfe dieser Tabelle ist es nun leicht, die Korrektur zu finden, welche beim Übergang zu den anderen, wenig veränderten Dispersionskurven (3) bzw. (4) an den c -Werten anzubringen ist.

Was erstens die Berechnung der höheren Temperatur T_2 betrifft, so wird, wie wir finden, wegen der Kleinheit der Änderungen die Einstellung, für welche die Maximalintensität im Normalspektrum eintritt, nicht merklich verändert. Beachtet man ferner, daß $dn/d\delta$, weil nur von n , nicht von λ abhängig, nicht geändert wird, so ergibt sich T_2' , d. h. der veränderte Wert von T_2 aus der Formel:

$$(5) \quad T_2' = T_2 \cdot \sqrt[5]{\left(\frac{\mu'}{\mu}\right)_1 \cdot \left(\frac{\mu}{\mu'}\right)_2}$$

Hier ist $d\lambda/dn = \mu$ gesetzt; der Index 1 bezieht sich auf diejenige Ablenkung δ bzw. denjenigen Brechungsindex, welcher der Maximalintensität im Normalspektrum beim Goldschmelzpunkt T_1 entspricht; bei unseren Normalbestimmungen Nr. VII—XIII ist dies $n = 1,517986$. Der Index 2 hat dieselbe Bedeutung für T_2 ; ($n = 1,525437$ bei unseren Versuchen); die gestrichenen Werte beziehen sich auf die neue, die ungestrichenen auf die alte Dispersionskurve. Da man endlich in dem in Frage kommenden Gebiet zur Berechnung der

kleinen Korrekturen die Wiensche Formel anwenden darf [Gleichung (2), § 8], so ergibt sich

$$\delta c = c \cdot \left\{ \frac{\delta \lambda}{\lambda} - \frac{\delta T_2}{T_2} \cdot \frac{T_1}{T_2 - T_1} \right\}.$$

Hier ist λ die zur c -Bestimmung nach der Isochromatenmethode benutzte Wellenlänge, $\delta \lambda$ und δT_2 sind die Veränderungen, welche λ bzw. T_2 infolge der veränderten Dispersionskurve erfahren; δc ist die an c anzubringende Korrektur.

§ 38. Über die von den verschiedenen Dispersionsformeln gelieferten c -Werte gibt die folgende Tab. 8 Aufschluß, welche sich auf die Beobachtungsreihe XIII am 10. Februar 1915 mit dem großen Modell des Lummer-Kurlbaumschen Strahlers bezieht.

Tabelle 8.

Carvallos Formel		Carvallos Beobachtungen Formel (4)		Paschens Beobachtungen Formel (3)	
λ	c	λ	c	λ	c
0,5893	14313	0,5893	14319	0,5893	14404
1,132	14269	1,1348	14309	1,1371	14423
1,588	14294	1,5885	14305	1,5935	14435
2,172	14298	2,1719	14302	2,1729	14395
Mittel 14294		Mittel 14309		Mittel 14414	
$T_2 = 1676,2^\circ$		$T_2 = 1675,9^\circ$		$T_2 = 1678,4^\circ$	
		$\delta T_2 = -0,3^\circ$		$\delta T_2 = -2,8^\circ$	
				$\frac{\delta T_2}{T_2} \cdot \frac{T_1}{T_2 - T_1} = -0,00663$	

Unter λ sind die Wellenlängen angegeben, welche nach den verschiedenen Formeln den am Spektralapparat vorgenommenen Einstellungen entsprechen. Es macht, wie man sieht, nur einen kleinen Unterschied, ob man die Beobachtungen Carvallos durch die Formel (4) oder durch seine Formel darstellt. Dagegen liefert die Paschensche Dispersionskurve die bei 1400°C. liegende Temperatur T_2 um $2,8^\circ$ tiefer, die eingestellten Wellenlängen größer und aus beiden Gründen c im Mittel um 8 Promille höher als Carvallos Formel.

§ 39. Wir haben nun alle mit dem großen Modell des Lummer-Kurlbaumschen Strahlers angestellten Versuche nach den Formeln (3) und (4) berechnet und die Ergebnisse in der folgenden Tabelle dargestellt.

Tabelle 9.

Versuche mit dem großen Modell L_1 des Lummer-Kurlbaumschen Strahlers.

Nummer des Versuchs	Datum	n nach Carvallos Beobachtungen (Formel 4)				n nach Paschens Beobachtungen (Formel 3)			
		T_3 nach dem Wienschen Ver- schiebungsgesetz bestimmt		T_3 nach dem Stefan- Boltzmannschen Gesetz bestimmt		T_3 nach dem Wienschen Ver- schiebungsgesetz bestimmt		T_3 nach dem Stefan- Boltzmannschen Gesetz bestimmt	
		T_3	$\frac{\lambda}{\mu}$	T_3	$\frac{\lambda}{\mu}$	T_3	$\frac{\lambda}{\mu}$	T_3	$\frac{\lambda}{\mu}$
VII 13. I. 15		1677,2	—	1678,6	—	1674,7	—	1678,6	—
VIII 15. I. 15		1677,2	—	1679,0	—	1674,7	—	1679,0	—
IX 25. I. 15		1676,2	—	1677,9	—	1673,7	—	1677,9	—
X 30. I. 15		1676,0	—	1678,0	—	1673,5	—	1678,0	—
XI 4. II. 15		1676,0	—	1678,0	—	1673,6	—	1678,0	—
XII 6. II. 15		1676,9	—	1678,0	—	1674,5	—	1678,0	—
XIII 10. II. 15		1675,9	—	1678,0	—	1673,4	—	1678,0	—
		Mittel: 14290 14303 14295 14294		Mittel: 14244 14242 14236		Mittel: 14372 14417 14423 14385		Mittel: 14273 14287 14243	
		Generalmittel: 14295		Generalmittel: 14241		Generalmittel: 14399		Generalmittel: 14298	

Die Isochromatenmethode liefert also bei radiometrischer Temperaturbestimmung nach dem Verschiebungsgesetz c gleich 14300 oder 14400, je nachdem die Dispersionskurve (4) nach Carvallo oder (3) nach Paschen zugrunde gelegt wird. Diese erhebliche Differenz von 7 Promille ist entstanden durch Unterschiede in den Brechungsexponenten von 7 Einheiten der 5. Stelle. Die Methode erfordert also Kenntnis des Brechungsexponenten bis auf eine Einheit der 5. Stelle. Aus diesem Grunde werden neue Messungen der Dispersion des Quarzes in der Reichsanstalt insbesondere an dem von uns benutzten Prisma vorgenommen; es ist, wie in § 37 dargelegt wurde, leicht, unsere Messungen auf eine neue Dispersionskurve umzurechnen.

Solange die Dispersionskurve des Quarzes nicht hinreichend genau festgelegt ist, bleibt auch die Frage offen, ob die radiometrischen Temperaturmessungen nach Wiens Verschiebungsgesetz und nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz hinreichend übereinstimmen. Geht man vom Goldschmelzpunkt aus, so liefert das Verschiebungsgesetz eine Temperatur von 1400° C. um $1,7^{\circ}$ oder $4,2^{\circ}$ tiefer als das Stefan-Boltzmannsche Gesetz, je nachdem man die Dispersionskurve (4) nach Carvallo oder (3) nach Paschen annimmt. Die letztgenannte Differenz ist jedenfalls von unzulässiger Größe; solange eine solche Differenz besteht, ruht die radiometrische Temperaturmessung nicht auf gesicherter Grundlage.

Vorläufig ist man wohl kaum berechtigt, der Temperaturmessung nach *einem* der beiden thermodynamisch begründeten Gesetze einen Vorzug einzuräumen; diese Bemerkung wäre für eine vorläufige Wahl von c auf Grund der vier in der Tab. 9 gegebenen Generalmittel zu beachten. Diese liefern für c

nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz 14250,

nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz 14300 od. 14400,

je nachdem für Quarz die Dispersionskurve von Carvallo oder von Paschen angenommen wird. Mit Rücksicht auf diese Ergebnisse ist in der 12. Auflage des Lehrbuches der praktischen Physik von F. Kohlrausch, p. 376, $c = 14300$ Mikron-Grad C. gesetzt worden.

Anhang.

§ 40. Daß die Größe c sich unabhängig von der zu ihrer Bestimmung benutzten Wellenlänge ergibt, wurde durch die Beobachtungen zwischen $\lambda = 0,589$ und $2,172 \mu$ erwiesen (§ 32). Die Ausdehnung dieser Prüfung auf sehr kurze Wellenlängen ist für die Quantentheorie von großem Interesse, aber nicht leicht ausführbar. Mittlerweile kann man einen indirekten Weg einschlagen.

Ein Gas kann ionisiert werden einerseits durch Ionen- oder Elektronenstoß, andererseits, wie zuerst Lenard erwiesen hat, durch Bestrahlung mit kurzen Wellen. Ist V_m die Ionisierungsspannung, ν_m die kleinste ionisierende Frequenz, so gilt nach der Quantentheorie in üblicher Bezeichnung die Gleichung

$$(5) \quad h \cdot \nu_m = V_m \cdot e.$$

Da e = Valenzladung/Avogadro'sche Zahl $= F/\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{A} \cdot h = c \cdot R/v$, wo R die Gaskonstante und v die Lichtgeschwindigkeit, so kann man Gleichung (5) schreiben:

$$(5a) \quad \lambda_m = c \cdot \frac{R}{V_m \cdot F},$$

oder

$$(5b) \quad V_m = c \cdot \frac{R}{\lambda_m \cdot F},$$

oder

$$(5c) \quad c = \frac{\lambda_m \cdot V_m \cdot F}{R}.$$

Die Relation (5) führt also, wie viele ähnliche in der Quantentheorie vorkommende Relationen, zu einer Bestimmung von c aus direkt meßbaren Größen. Bis vor kurzem waren indessen die diesbezüglichen experimentellen Ergebnisse zu unsicher, als daß man auf sie eine Methode der c -Bestimmung hätte gründen können. Neuerdings haben aber die Herren Franck und Hertz¹⁾ die Ionisierungsspannung des Quecksilberdampfes nach einer sinnreichen Methode gemessen und gleich 4,9 Volt gefunden; mit diesem Wert und

1) J. Franck u. G. Hertz, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 16, p. 457. 1914.

$c = 1,43$ cm/Grad C. liefert Gleichung (5a) $\lambda_m = 0,2515$, innerhalb der Beobachtungsfehler übereinstimmend mit der Resonanzlinie des Quecksilbers $\lambda = 0,2536$. Legt man nun λ_m diesen Wert bei, so liefert Gleichung (5c) $c = 1,442$, was für Konstanz des c bis $\lambda = 0,253$ spricht. Je nachdem man in Gleichung (5b) c gleich 1,42 oder 1,46 setzt, findet man $V_m = 4,82$ oder 4,96 Volt; beide Werte dürften mit den Beobachtungen verträglich sein. Könnte man V_m bis auf 0,01 Volt genau messen, so hätte man eine Präzisionsmethode zur Bestimmung von c .

Es liegt sogar die Möglichkeit vor, c -Bestimmungen mit Röntgenstrahlen auszuführen. Dazu müßte die Geschwindigkeit lichtelektrischer, aus homogener Röntgenstrahlung bekannter Wellenlänge entstandener Kathodenstrahlen gemessen werden.

(Eingegangen 23. August 1915.)

Fig. 6 a



Fig. 7 a



Fig. 18



Fig. 16



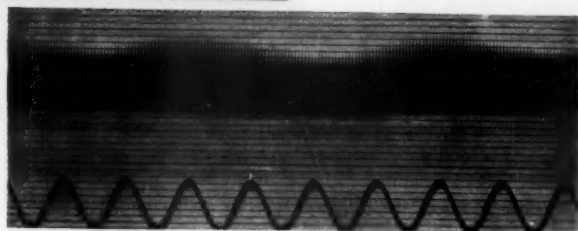
Fig. 17



Fig. 19



Fig. 13



S. Garten.

Un

1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0

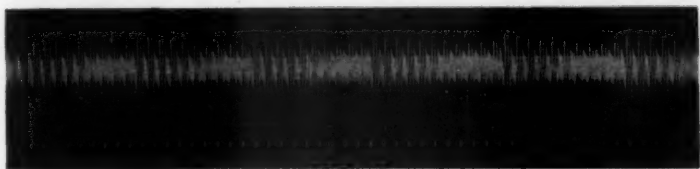


Fig. 14



Fig. 15



Fig. 20



Fig. 21



Fig. 22

S. Garten.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

Fig. 27

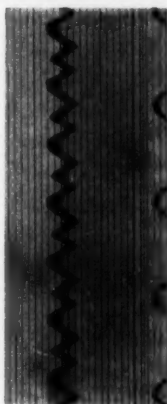


Fig. 28

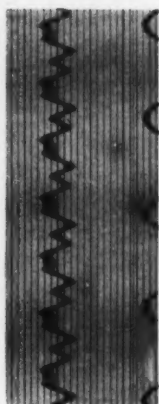


Fig. 29



Fig. 30



Fig. 23



Fig. 24



Fig. 25



Fig. 26



Fig. 31



